Génie Atomique

EXAMEN ÉCRIT

Neutronique (méthodes de calcul)

Févier 2005

Remarques :

- Durée de l'examen : 3 heures.
- Les documents de cours sont autorisés.
- Les trois problèmes peuvent être abordés indépendamment.
- Barème de notation (sur un total de 20 points) :

I : 10 points (1,5 + 1,5 + 1 pour la première question, 1,5 + 1,5 +1 pour la seconde et 1 + 1 pour la troisième) ;

II : 5 points (1 + 1,5 pour la première question et 2 + 0.5 pour la seconde) ;

III : 5 points (1 + 0,5 pour la première question et 1,5 + 0,5+ 0,5+ 1 pour la seconde).

I - Étude de la constante de relaxation

Dans un milieu infini et homogène, l'équation de Boltzmann en l'absence de sources et en régime stationnaire a une solution de la forme : $\Phi = \varphi\, e^{-\chi x}$, où χ est une constante appelée " constante de relaxation " et où φ dépend des autres variables $(E, \vec{\Omega})$ éventuellement introduites pour la description de la population neutronique. Ici, on se placera en théorie monocinétique en supposant que les diffusions sont isotropes. On se propose de comparer les constantes de relaxation obtenues en approximations $\mathbf{P}_1$ et $\mathbf{P}_2$ à la valeur exacte.

1/ On rappelle que les équations $\mathbf{P}_N$ s'écrivent en théorie monocinétique et en géométrie plane :

$$-\frac{1}{3}\frac{d\Phi_1}{dx} - \Sigma_t\Phi_0 + \Sigma_{s,0}\Phi_0 + S_0 = 0,$$

$$-\frac{d\Phi_0}{dx} - \frac{2}{5}\frac{d\Phi_2}{dx} - \Sigma_t\Phi_1 + \Sigma_{s,1}\Phi_1 + S_1 = 0,$$

$$\cdots$$

$$-\frac{n}{2n-1}\frac{d\Phi_{n-1}}{dx} - \frac{n+1}{2n+3}\frac{d\Phi_{n+1}}{dx} - \Sigma_t\Phi_n + \Sigma_{s,n}\Phi_n + S_n = 0,$$

$$\cdots$$

$$-\frac{N}{2N-1}\frac{d\Phi_{N-1}}{dx} - \Sigma_t\Phi_N + \Sigma_{s,N}\Phi_N + S_N = 0.$$

a/ Simplifier ces équations pour le cas sans source et avec diffusion isotrope.

b/ Calculer la constante de relaxation en théorie $\mathbf{P}_1$.

c/ Calculer la constante de relaxation en théorie $\mathbf{P}_2$.

2/ On rappelle que l'équation exacte régissant le flux en phase en théorie monocinétique et en géométrie plane s'écrit :

$$-\mu\frac{d\Phi(x,\mu)}{dx} - \Sigma_t\Phi(x,\mu) + \int_{-1}^{+1}\Sigma_s(\mu' \to \mu)\Phi(x,\mu')\,d\mu' + S(x,\mu) = 0.$$

a/ Simplifier cette équation pour le cas sans source et avec diffusion isotrope.

b/ Expliciter l'équation donnant $\varphi(\mu)$ pour le mode de relaxation.

c/ En divisant par $\Sigma_t - \chi\mu$, puis en intégrant sur μ, établir l'équation implicite permettant de calculer la constante de relaxation χ. On rappelle que :

$$\int_{-1}^{+1} \frac{d\mu}{\Sigma_t - \chi\mu} = \int_{-1}^{+1} \frac{d\mu}{\Sigma_t + \chi\mu} = \frac{1}{\chi} \ln \frac{\Sigma_t + \chi}{\Sigma_t - \chi}$$

(pour $\chi < \Sigma_t$).

3/ Comparer les approximations χ_1 et χ_2 de la constante de relaxation obtenues respectivement en approximations $\mathbf{P}_1$ et $\mathbf{P}_2$ à la valeur exacte χ, pour :

a/ $\Sigma_t = 1$ et $\Sigma_a = 0,1$;

b/ $\Sigma_t = 1$ et $\Sigma_a = 0,5$.

II - Effet de l'oxygène et de l'uranium 235 sur l'autoprotection de l'uranium 238

On rappelle que, dans la théorie de l'autoprotection, la section efficace équivalente de dilution est définie par l'équation :

$$\sigma_e = \sigma_0 \frac{1 - P_{00}}{P_{00}},$$

où σ_0 est la section efficace microscopique totale du noyau résonnant et P_{00} la probabilité qu'un neutron émis dans la zone où se trouvent les noyaux résonnants subisse sa première collision sur un noyau résonnant.

On se propose ici d'examiner l'effet sur l'autoprotection de l'uranium 238 — supposé seul résonnant — de la présence de l'uranium 235 et de l'oxygène mélangés intimement avec l'uranium 238. Pour simplifier, on suppose que l'uranium 235 et l'oxygène n'ont pas de résonance et sont caractérisés par une section efficace totale constante en léthargie.

La probabilité P_{cc} est la probabilité qu'un neutron émis dans le combustible (le mélange uranium 238 + uranium 235 + oxygène) subisse sa première collision dans la zone combustible sera approximée par la formule :

$$P_{cc} = \frac{\bar{\ell}\Sigma_c}{b + \bar{\ell}\Sigma_c},$$

où $\bar{\ell}$ est la corde moyenne du combustible, Σ_c la section efficace macroscopique totale du combustible et b une constante (facteur de Bell). On pourra désigner par Σ_0, Σ_5 et Σ_{ox} les sections efficaces macroscopiques totales de l'uranium 238, uranium 235 et oxygène, et écrire donc $\Sigma_c = \Sigma_0 + \Sigma_5 + \Sigma_{ox}$.

1/ a/ Exprimer P_{00} en fonction de P_{cc} et b/ montrer que :

$$\sigma_e = \frac{b}{\bar{\ell} N_0} + \frac{\Sigma_5 + \Sigma_{ox}}{N_0},$$

où N_0 est la concentration du noyau résonnant (uranium 238), c'est-à-dire le nombre d'atomes par unité de volume (le premier terme du second membre est dit hétérogène et le second homogène).

2/ On peut obtenir l'intégrale effective par la formule empirique :

$$I_{\text{eff}} = 2,36 + 2,80\sqrt{\sigma_e},$$

où I_{eff} et σ_e sont exprimés en barns.

a/ Comparer les valeurs des p obtenues avec une autoprotection de l'uranium 238 calculée sans et avec prise en compte de l'effet de l'uranium 235 et de l'oxygène sur cette autoprotection.

b/ Pour quelle teneur isotopique de l'uranium les effets de la prise en compte de l'uranium 235 et de l'oxygène sur l'autoprotection de l'uranium 238 seraient-ils égaux ?

Données pour les applications numériques :

- Facteur antitrappe sans prise en compte de ces effets : 0,8.
- Terme homogène de la section équivalente : 50 barns.
- Composition du combustible (pour 100 atomes d'uranium) : uranium 238 : 96,3 ; uranium 235 : 3,7 ; oxygène : 200.
- Section efficace microscopique totale de l'uranium 235 : 38 barns.
- Section efficace microscopique totale de l'oxygène : 3,8 barns.

III - Flux adjoint en théorie à deux groupes

On considère la théorie " deux groupes - diffusion " et on écrit, avec les notations usuelles, les équations sous la forme :

$$D_1\,\Delta\Phi_1 - \Sigma_1\Phi_1 + \frac{k_\infty}{p}\Sigma_2\Phi_2 = 0,$$
$$D_2\,\Delta\Phi_2 - \Sigma_2\Phi_2 + p\Sigma_1\Phi_1 = 0.$$

On considère ces équations pour une pile nue et homogène (flux nul à la surface), supposée critique, caractérisée par son laplacien géométrique B^2.

1/ Expliciter a/ la condition critique et b/ le rapport Φ_1/Φ_2 (deux expressions sont possibles pour ce rapport).

2/ a/ Écrire les équations adjointes. b/ Montrer qu'on retrouve la condition critique à partir des équations adjointes. c/ Expliciter le rapport Φ_1^+/Φ_2^+ (deux expressions sont possibles pour ce rapport). d/ Interpréter les formules obtenues.