Examen de neutronique du 3 novembre 2008

1. Pic Xénon à l'arrêt d'un réacteur.

Equations bilans en modèle ponctuel

On reprend la chaîne d'évolution du Xe 135, pour écrire :

$$\frac{dI}{dt} = \gamma_I \Sigma_f \phi - \lambda_I I \quad \text{soit} \quad I = \frac{\gamma_I \Sigma_f \phi}{\lambda_I}\left(1 - e^{-\lambda_I t}\right)$$

$$\frac{dX}{dt} = \gamma_X \Sigma_f \phi + \lambda_I I - \lambda_X X - \sigma_a^X \phi X$$

avec $I = N_I$ et $X = N_{Xe}$

les concentrations à l'équilibre sont données par $\frac{dI}{dt} = \frac{dX}{dt} = 0$

soit :

$$I_\infty = \frac{\gamma_I \Sigma_f}{\lambda_I} \cdot \phi_0 \quad \text{et} \quad Xe_\infty = \frac{(\gamma_X + \gamma_I)\Sigma_f \phi_0}{\lambda_X + \sigma_a^X \phi_0}$$

avec ϕ_0 constant (1)

Arrêt du réacteur et évolution du Xénon.

le réacteur est arrêté de façon instantanée. On peut donc écrire :

$$\frac{dI}{dt} = -\lambda_I I \qquad I(t) = \frac{\gamma_I \Sigma_f \phi_0}{\lambda_I} e^{-\lambda_I t}$$

et $$\frac{dX}{dt} = \lambda_I I - \lambda_X X = \gamma_I \Sigma_f \phi_0 \, e^{-\lambda_I t} - \lambda_X X \quad (t = 0 \text{ arrêt})$$

ce qui nous donne la condition d'existence d'un pic Xénon :

$$\frac{dX}{dt}(t=0) \geq 0 \iff \gamma_I \Sigma_f \phi_0 - \lambda_X \frac{(\gamma_X + \gamma_I)\Sigma_f \phi_0}{\lambda_X + \sigma_a^X \phi_0} \geq 0$$

soit $$\gamma_I \Sigma_f \phi_0 \left[1 - \frac{\lambda_X(\gamma_X + \gamma_I)}{\gamma_I(\lambda_X + \sigma_a^X \phi_0)}\right] \geq 0$$ (3)

c'est à dire en simplifiant : $$\phi_0 \geq \frac{\lambda_X \gamma_X}{\gamma_I \sigma_a^X} \sim 1{,}1 \; 10^{11} \; n/cm^2.s$$

C'est une valeur très faible pour un réacteur de puissance.
On constate que l'existence d'un pic n'a rien à voir avec les écarts de période entre λ_I et λ_X. De plus cette condition ne tient aucune compte de la période de l'iode 135.

2. Risque de criticité d'un assemblage 17×17

Soit un assemblage type EdF 17×17.
On étudiera deux incidents : immersion dans de l'eau lourde, et utilisation d'uranium enrichi à 20% (en noyaux) au lieu du 3,7% classique.

On utilisera le facteur de multiplication infini et les 4 facteurs ainsi que la théorie à un groupe diffusion.

Les données sont :

$$\varepsilon = 1,07 \qquad p = 0,82 \qquad (\text{EdF à } 3,7\%)$$
$$f = 0,89 \qquad \eta = 1,78$$
$$M^2 = 36 \text{ cm}^2$$

$\xi\sigma_s = 20$ barns (H) pour 2,5 (D)

Le pas du réseau est de 1,26 cm.
On néglige gaine et oxygène, et on garde $I_{eff}(U8)$, ε, ξ facteur de désavantage et M^2 pour les deux teneurs en uranium.

A. Erreur concernant le modérateur ($H_2O \to D_2O$)

a. Sur les quatre facteurs, aspect qualitatif

ε reste inchangé, ainsi que η puisque cela se passe dans l'UO_2
Il faut considérer p et f. ($P_{nf} = \dfrac{1}{1+M^2 B_g^2}$ ne change pas.)

①
- p va diminuer puisque le deutérium voit moins souvent les neutrons (ralentissement plus lent et moins efficace)
- f va être bien meilleur puisque $\sigma_a(D) \ll \sigma_a(H)$

Le spectre des neutrons thermiques est peut être différent, le ralentissement par D étant moins efficace que par H.

b. Evaluation du k_∞ (D_2O)

$\varepsilon = 1{,}07$

$$p = \exp\left(- \frac{I_{eff}}{\xi \Sigma_s}\right)$$

↳ divisé par 8 et donc $p(H_2O) \to p^8$ pour D_2O

soit $p(D_2O) = (0{,}82)^8 = 0{,}204$

Pour le facteur d'utilisation thermique :

$$\frac{1}{f} - 1 = \frac{\Sigma_a^m \Phi_m V_m}{\Sigma_a^u \Phi_u V_u} = \frac{\sigma_a^m}{\sigma_a^u} \cdot \underbrace{\frac{N_m V_m}{N_u V_u}}_{\text{inchangé}}$$

0 idem (texte)

d'où $f = 1$ (D_2O)

l'eau lourde ne capture pas.

1 ce qui va donner : $k_\infty = 1{,}07 \times 0{,}204 \times 1 \times 1{,}78$

$= 0{,}39$

Il n'y a aucun risque de criticité.

L'effet sur p (très diminué) l'emporte largement sur f (optimum)

B. Erreur sur le combustible

a. Aspect qualitatif.

ε change peu (voir le texte) et on le néglige.

p dépend de N_0 et va donc s'améliorer

(I_{eff} est dit ne pas changer) N_0 passe du rapport 96,3 à 80/U

d'où une valeur plus élevée de p.

f est plus élevé puisque Σ_a^u augmente ($\sigma_a^5 >> \sigma_a^8$)

1 η est bien meilleur aussi

on peut donc espérer une forte élévation du k_∞.

b. estimation de la nouvelle valeur du k_{eff}

ε 1,07

p 0,82 $\curvearrowright$ $p^{80/96,3} = 0,848$

f il faut recalculer $\frac{1}{f} - 1$ du fait de la modif de Σ_a^u

$\sigma_a(UO_2)$ valait $680\ (0,037) + 2,7(0,963) = 27,76$ barns
et vaut maintenant
$680\ (0,20) + 2,7\ (0,80) = 138,16$ barns

$\frac{1}{f} - 1$ passe donc de $\frac{1}{0,89} - 1$ à $\left(\frac{1}{0,89} - 1\right) \times \frac{138,16}{27,76} = \frac{1}{f} - 1$

d'où $f\ (20\%\ U_5) = 0,976$

(1,5) Pour $\eta = \frac{\nu N_5 \sigma_f^5}{N_5 \sigma_a^5 + N_8 \sigma_a^8} = \frac{\nu e_5 \sigma_f^5}{e_5 \sigma_a^5 + (1 - e_5) \sigma_a^8}$

soit maintenant 1,78 à 1,932

d'où le calcul de $k_\infty = 1,710$ au lieu de 1,390
ce qui procure donc une augmentation de réactivité de
près de 23 000 pcm (Ruen) Je trouve 15760 pcm

28057

c. Calcul de la taille critique de l'assemblage (H infinie)

Dans le vide $k_\infty = 1 + M^2 B_g^2$ (critique)
avec $B_g^2 = 2\left(\frac{\pi}{a}\right)^2$ (a) coté de l'assemblage

ce qui va donner

(1) $1,710 = 1 + 36 \times 2 \left(\frac{\pi}{a}\right)^2$ soit $a = 31,6$ cm

c'est à dire plus que l'assemblage nu $(17 \times 1,26) = 21,4$ cm

d. Calcul du keff de l'assemblage dans l'eau ⑤

On place l'assemblage dans de l'eau légère
Il y a donc effet réflecteur.

3 méthodes existent :
- calcul complet de la situation critique
- méthode de l'albedo
- économie de réflecteur

les deux premières méthodes sont lourdes, et nous n'avons pas les données nécessaires.
La troisième nous est suggérée par l'énoncé ①

On nous indique que $\delta = a_{nu} - a_{réfl} = M$

ce qui permet de prendre la valeur de $21{,}4 + 2 \times M$ de côté pour tenir compte de l'effet réflecteur.

d'où un $B_g'^2$ de $\underbrace{2\times}\left(\frac{\pi}{a'}\right)^2$ avec $a' = 21{,}4 + (2\times 6) = 33{,}4$ cm

et $k_{eff} = \dfrac{k_\infty}{1 + M^2 B_g'^2} = \dfrac{1{,}710}{1 + \left(2\times 36 \times \left(\frac{\pi}{33{,}4}\right)^2\right)} = 1{,}$

(attention au 2x)

soit une surcriticité de $\rho =$ pcm

e. Efficacité du bore (1,5)

Le bore modifie uniquement le facteur f.
Il faut donc différencier ce facteur f avec un $\delta\Sigma_a^m$.

$$\frac{1}{f} - 1 = \frac{\Sigma_a^m \Phi_m V_m}{\Sigma_a^u \Phi_u V_u}$$

$$\delta\left(\frac{1}{f} - 1\right) = -\frac{\delta f}{f^2} = \frac{\delta\Sigma_a^m \cdot \Phi_m V_m}{\Sigma_a^u \Phi_u V_u} \qquad \frac{\delta f}{f} = -f\,\frac{\Phi_m V_m}{\Sigma_a^u \Phi_u V_u} \cdot \delta\Sigma_a^m$$

Il faut donc discuter selon $\delta\Sigma_a^m / \Sigma_a^u$

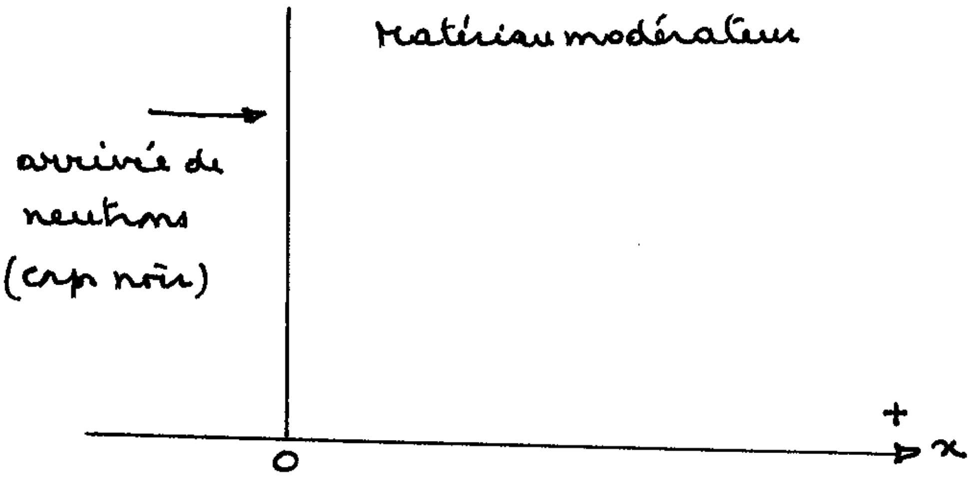
$$\frac{\delta f}{f} = -\left(f\,\frac{\Phi_m V_m}{\Phi_u V_u}\right)\frac{\delta\Sigma_a^m}{\Sigma_a^u}$$

variation de 1 ppm de bore

Σ_a^u passe de 27,76 à 138,16

L'efficacité est divisée par 5 !

3. Etude d'une colonne thermique



On considère que les neutrons sont traités à 2 groupes·diffusion
avec $\Sigma_c^1 = 0$ et $J_1^+(0) = 1$ $\quad J_2^+(0) = 0$
seuls des neutrons rapides entrent dans la colonne thermique.
comme la source est un corps noir,

3.1 Solutions générales en théorie à deux groupes.

Groupe 1 $\qquad D_1 \Delta \Phi_1(x) - \Sigma_1 \Phi_1 = 0 \qquad \dfrac{D_1}{\Sigma_1} = L_1^2$

Groupe 2 $\qquad D_2 \Delta \Phi_2(x) + \Sigma_1 \Phi_1(x) - \Sigma_2 \Phi_2(x) = 0 \qquad \dfrac{D_2}{\Sigma_2} = L_2^2$

La matrice énergie est donnée par :

$$E = \begin{vmatrix} -\dfrac{\Sigma_1}{D_1} & 0 \\[2ex] \dfrac{\Sigma_1}{D_2} & -\dfrac{\Sigma_2}{D_2} \end{vmatrix}$$

Les deux valeurs props sont facilement identifiées :

$$\lambda_1 = -\frac{\Sigma_1}{D_1} \qquad \lambda_2 = -\frac{\Sigma_2}{D_2}$$

Il suffit alors de calculer les spectres associés à ces deux V.P.

En écrivant $\qquad E \Phi_{\lambda_1} = \lambda_1 \Phi_{\lambda_1}$

$$\left\{ \begin{aligned} & -\frac{\Sigma_1}{\Phi_1} \Phi_1 = -\frac{\Sigma_1}{D_1} \Phi_1 \\ & \underbrace{\frac{\Sigma_1}{D_2}}_{\frac{1}{L_1^2} \frac{D_1}{D_2}} \Phi_1 - \underbrace{\frac{\Sigma_2}{D_2}}_{\frac{1}{L_2^2}} \Phi_2 = -\underbrace{\frac{\Sigma_1}{D_1}}_{\frac{1}{L_1^2}} \Phi_2 \end{aligned} \right. \qquad \text{d'où} \quad \Phi_{\lambda_1} = \begin{pmatrix} 1 \\[2ex] \dfrac{D_1}{D_2} \dfrac{L_2^2}{L_1^2 - L_2^2} \end{pmatrix} f(x)$$

$f(x)$ se calcule avec $\quad D_1 \Delta f(x) - \Sigma_1 f(x) = 0$

soit $\quad f(x) = A e^{-x/L_1} + C e^{+x/L_1}$

Pour la seconde valeur propre

$$E\,\Phi_{\lambda_2} = \lambda_2\,\Phi_{\lambda_2}$$

$$\begin{cases} -\dfrac{\Sigma_1}{\Phi_1}\phi_1 = -\dfrac{\Sigma_2}{D_2}\phi_1 & \text{soit } \phi_{1,\lambda_2} = 0 \\ \dfrac{\Sigma_1}{D_2}\phi_1 - \dfrac{\Sigma_2}{D_2}\phi_2 = -\dfrac{\Sigma_2}{D_2}\phi_2 & \phi_{2,\lambda_2} = 1 \text{ normalisé} \end{cases}$$

ce qui conduit donc à calculer

$$\Phi_{\lambda_2} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} g(x) \quad \text{pour} \quad D_2 \Delta g(x) - \Sigma_2 g(x) = 0$$

soit : $\quad g(x) = E\, e^{-x/L_2} + F e^{+x/L_2}$

Les solutions sont donc : 1,5

$$\boxed{\begin{cases} \phi_1(x) = A e^{-x/L_1} + C e^{+x/L_1} \\ \phi_2(x) = S\left(A e^{-x/L_1} + C e^{+x/L_1}\right) + E e^{-x/L_2} + F e^{x/L_2} \end{cases}}$$

On pouvait aussi reprendre les formules du livre de M. Reuss et remplacer les Σ_f par 0.

le spectre S est donné par $\quad \boxed{S = \dfrac{D_1}{D_2} \dfrac{L_2^2}{L_1^2 - L_2^2}}$

$$\begin{cases} L_1^2 - L_2^2 = 25 - 9 = 16\ cm^2 > 0 & \text{pour } H_2O \\ L_1^2 - L_2^2 = 121 - 10000 < 0 & \text{pour } D_2O \end{cases}$$

3.2 Calcul des constantes de la solution générale

En l'infini, le flux est nul, ce qui annule les constantes C et F (exponentielle croissante).

En $x=0$ on applique les conditions énoncées :

$$J_1^+(0) = 1 = \frac{\phi_1(0)}{4} - \frac{D_1}{2}\frac{d\phi_1}{dx}(0)$$

$$\phi_1(x) = A\,e^{-x/L_1} \qquad \frac{d\phi_1}{dx} = -\frac{A}{L_1}\,e^{-x/L_1}$$

Soit $\quad 1 = \frac{A}{4} + \frac{D_1}{2L_1}.A \quad$ donc $\quad \boxed{A = \frac{4}{1+2D_1/L_1} = 2{,}85}$

$$J_2^+(0) = 0 = \frac{\phi_2(0)}{4} - \frac{D_2}{2}\frac{d\phi_2}{dx}(0)$$

$$\phi_2(x) = A\,e^{-x/L_1}.\,S + E\,e^{-x/L_2}$$

$$\frac{d\phi_2}{dx}(x) = -\frac{A}{L_1}S\,e^{-x/L_1} - \frac{E}{L_2}\,e^{-x/L_2}$$

Soit $\quad \phi_2(0) = AS + E$

$$\frac{d\phi_2}{dx}(0) = -\frac{AS}{L_1} - \frac{E}{L_2} \quad \text{en } x=0$$

ce qui donnera

$$J_2^+(0) = 0 = \frac{AS+E}{4} + \frac{AS\,D_2}{2L_1} + \frac{E\,D_2}{2L_2}$$

$$0 = A\left(\frac{S}{4} + \frac{SD_2}{2L_1}\right) + \frac{E}{4} + \frac{E\,D_2}{2L_2}$$

1,5

$$0 = A\left(S\left(1+2\frac{D_2}{L_1}\right) + E\left(1+2\frac{D_2}{L_2}\right)\right)$$

$$\boxed{E = -\frac{4S(1+2D_2/L_1)}{(1+2D_1/L_1)(1+2D_2/L_2)}}$$ Tout dépend de S.

3.3 Etude de l'indice de spectre

$$I(x) = \frac{\Phi_1(x)}{\Phi_2(x)}$$ avec les expressions précédentes

Nous arrivons donc à :

$$I(x) = \frac{A\,e^{-x/L_1}}{SA\,e^{-x/L_1} + E\,e^{-x/L_2}}$$

$$\boxed{\frac{E}{A} = -\frac{S\,(1+2\,D_2/L_1)}{(1+2\,D_2/L_2)}}$$

le rapport dépend de S

$$\boxed{I(x) = \frac{1}{S + E/A\; e^{(1/L_1 - 1/L_2)\,x}}}$$

Tout dépend de L_1 et L_2 selon le modérateur

eau légère $L_1 = 5$ $L_2 = 3$ $1/L_1 - 1/L_2 < 0$

$I(x)$ tend vers $\frac{1}{S}$ lorsque x tend vers ∞

il subsiste toujours des neutrons rapides à l'∞.

avec $S = \frac{1}{0{,}2} \times \frac{9}{25-9} = \frac{9}{3{,}2} = 2{,}8125$

$\lim\limits_{x \to +\infty} I(x) = 0{,}36$ pour H_2O.

eau lourde $L_1 = 11$ $L_2 = 100\,\text{cm}$ $1/L_1 - 1/L_2 > 0$

$I(x)$ tend vers 0

les neutrons rapides disparaissent vite alors que les thermiques peuvent aller très loin

c'est donc un excellent modérateur.

(1,5)

On peut discuter des allures de courbe assez facilement, en raisonnement physiquement, ou avec un traceur de courbe.

3.5 Il est évident qu'il vaut mieux l'eau lourde, ou tout autre matériau non captivant les neutrons thermiques (graphite)

(1)

Applications numériques

	Eau ordinaire	Eau lourde
D_1	1	1
D_2	0,2	1
L_1	5	11
L_1^2	25	121
L_2	3	100
L_2^2	9	10^4
S	2,81	−1,012
A	2,86	3,38
E	−7,66	25,5

On trouve l'optimum de $\Phi_2(x)$ en dérivant $\Phi_2(x)$ à $x>0$

$$\frac{d\Phi_2(x)}{dx} = -\frac{SA}{L_1}e^{-x/L_1} - \frac{E}{L_2}e^{-x/L_2} = 0$$

soit

$$e^{+x/L_1 - x/L_2} = -\frac{SA}{E}\frac{L_2}{L_1}$$

ce qui donne alors

$$x_{max} = \left(\frac{1}{L_1} - \frac{1}{L_2}\right) \ln\left[+\frac{1+2D_2/L_2}{1+2D_2/L_1}\cdot\frac{L_2}{L_1}\right]$$

avec les applications numériques : 1,5

$x_{max}(H_2O) = 3{,}47$ cm

$x_{max}(D_2O) = 25{,}5$ cm