

Génie Atomique

EXAMEN ÉCRIT DE NEUTRONIQUE

3 novembre 2008

Remarques :

- Durée de l'examen : 3 heures.
- Les documents de cours sont autorisés.
- Les notations non définies sont celles du "Précis de neutronique".
- Les trois problèmes sont indépendants les uns des autres.
- Barème de notation (sur un total de 20 points) :

Premier problème : 4 points)

Question	1	2
Points	1	3

Deuxième problème : 8 points

Question	1a	1b	2a	2b	2c	2d	2e	2f
Points	1	1	1	1	1	1	1	1

Troisième problème : 8 points

Question	1	2	3	4	5
Points	2	2	1,5	1,5	1

I - Y a-t-il toujours un “pic xénon” après arrêt d’un réacteur ?

1/ En utilisant les notations du *Précis de neutronique*, expliciter les équations, en modèle ponctuel, de l’effet xénon. Calculer les concentrations d’équilibre pour un flux constant dans le temps, Φ_0 .

2/ À l’instant pris comme origine, le réacteur est arrêté de façon supposée instantanée. Expliciter la condition pour que la dérivée de la concentration du xénon en fonction du temps, juste après l’arrêt, soit positive. Déterminer numériquement la condition sur Φ_0 pour que ce soit le cas. Comparer au flux d’un réacteur usuel. Montrer que l’existence d’un “pic xénon” n’est pas liée à la période radioactive de l’iode 135 et, en particulier, au fait que cette période est plus courte que celle du xénon 135.

II - Risque de criticité d’un assemblage 17×17

On s’interroge dans cet exercice sur le risque de criticité concernant un assemblage 17×17 du type de ceux qu’on utilise dans les réacteurs à eau sous pression. Deux circonstances imprévues sont envisagées : la première serait l’introduction de cet assemblage dans une cuve d’eau lourde au lieu d’eau ordinaire ; la seconde serait l’utilisation d’uranium passablement enrichi (20 % d’uranium 235 en nombre de noyaux) au lieu d’uranium faiblement enrichi (3,7 %) dans les pastilles de cet assemblage.

L’analyse sera faite en exprimant le facteur de multiplication infini par la formule des quatre facteurs définis avec les conventions de Fermi et en utilisant la théorie “un groupe - diffusion” pour calculer le facteur de multiplication effectif.

Pour l’assemblage normal (uranium à 3,7 % d’isotope 235), on pourra adopter les valeurs suivantes des quatre facteurs et de l’aire de migration (ordres de grandeur pour un réseau non irradié, à température ambiante) :

$$\begin{array}{ll} \varepsilon = 1,07 & p = 0,82 \\ f = 0,89 & \eta = 1,78 \\ M^2 = 36 \text{ cm}^2 & \end{array}$$

Pour les applications numériques, on pourra aussi utiliser les données suivantes :

Pouvoirs modérateurs $\xi\sigma_s$ (en barns) : hydrogène : 20 ; deutérium : 2,5.

Sections efficaces dans le domaine thermique (en barns) :

Uranium 235 : $\sigma_a = 680$; $\sigma_f = 556$; $\nu = 2,4$.

Uranium 238 : $\sigma_a = 2,7$.

Hydrogène : $\sigma_a = 0,3$.

Deutérium : $\sigma_a = 0$.

Bore naturel (masse : 10,8) : $\sigma_a = 760$.

Pas du réseau carré constituant l'assemblage : 1,26 cm.

La gaine et l'oxygène seront négligés.

On admettra aussi que l'intégrale effective de résonance de l'uranium 238, le facteur de fission rapide, le facteur de désavantage et l'aire de migration sont les mêmes pour les deux teneurs de l'uranium.

1/ Erreur concernant le modérateur.

a/ Analyser qualitativement les conséquences sur chacun des quatre facteurs de la substitution de l'eau ordinaire par l'eau lourde.

b/ Évaluer le facteur de multiplication infini avec l'eau lourde. Conclure quant au risque de criticité.

2/ Erreur concernant le combustible.

a/ Analyser qualitativement les conséquences sur chacun des quatre facteurs de la substitution de l'uranium faiblement enrichi par de l'uranium passablement enrichi.

b/ Évaluer le facteur de multiplication infini avec l'uranium passablement enrichi. Conclure quant au risque de criticité.

c/ En négligeant la distance d'extrapolation et la présence des "trous d'eau", calculer la taille critique d'une pile parallélépipédique nue de hauteur infinie et de section droite carrée d'arête a constituée avec le réseau de crayons contenant cet uranium passablement enrichi.

d/ Calculer le facteur de multiplication effectif obtenu en plaçant un assemblage constitué avec des pastilles d'uranium passablement enrichi dans une piscine d'eau ordinaire. (On négligera les "trous d'eau", on supposera que la hauteur de l'assemblage et de la piscine, ainsi que le rayon de la piscine,

sont infinis et on admettra que le flux est factorisé selon x et y avec une économie de réflecteur au delà du contour de l'assemblage égale à la longueur de migration M .)

e/ Évaluer l'efficacité du ppm de bore ajouté (sous forme d'acide borique) dans l'eau de cette piscine. Commenter.

f/ Discuter qualitativement l'ordre de grandeur des coefficients de température du réseau avec uranium passablement enrichi avec ceux du réseau standard. Commenter.

III - Étude d'une "colonne thermique"

On appelle "colonne thermique" un grand massif d'un matériau modérateur, alimenté en neutrons par l'une de ses faces, dans lequel on s'attend à observer, loin des frontières, un flux de neutrons bien thermalisé permettant de calibrer les mesures de sections efficaces.

Ici, pour simplifier, on supposera que le modérateur occupe tout l'espace $x > 0$, la partie $x < 0$ étant considérée comme un "corps noir".

La neutronique dans ce matériau modérateur sera traitée par la théorie "deux groupes - diffusion". On considèrera que sa section efficace de capture est nulle dans le groupe 1. On prendra comme conditions à la limite (avec les notations usuelles) : $J_{1+}(0) = 1$ et $J_{2+}(0) = 0$.

Pour les applications numériques, on considèrera les deux modérateurs eau ordinaire et eau lourde, avec les données numériques suivantes :

Eau ordinaire :

coefficients de diffusion : $D_1 = 1$ cm ; $D_2 = 0,2$ cm ;
longueurs de diffusion : $L_1 = 5$ cm ; $L_2 = 3$ cm.

Eau lourde :

coefficients de diffusion : $D_1 = 1$ cm ; $D_2 = 1$ cm ;
longueurs de diffusion : $L_1 = 11$ cm ; $L_2 = 100$ cm.

1/ Expliciter la solution générale des équations de la théorie "deux groupes - diffusion" dans le modérateur.

2/ En utilisant les conditions en $x = 0$ et à l'infini, calculer les constantes apparaissant dans la solution générale.

3/ Étudier, pour chacun des deux modérateurs, comment varie en fonction de la profondeur x l'indice de spectre $I(x) = \Phi_1(x)/\Phi_2(x)$.

4/ Étudier, pour chacun des deux modérateurs, comment varie en fonction de la profondeur x le flux thermique $\Phi_2(x)$.

5/ Quel(s) matériau(x) préconiserez-vous pour constituer une “colonne thermique” ?



SOLUTION

I - Y a-t-il toujours un “pic xénon”
après arrêt d’un réacteur ?

1/ Voici les équations :

$$\frac{dI}{dt} = \gamma_I \Sigma_f \Phi - \lambda_I I,$$

$$\frac{dX}{dt} = \gamma_X \Sigma_f \Phi + \lambda_I I - \sigma_X X \Phi - \lambda_X X.$$

À l’équilibre :

$$I_{\text{éq}} = \frac{\gamma_I \Sigma_f \Phi_0}{\lambda_I},$$

$$X_{\text{éq}} = \frac{(\gamma_I + \gamma_X) \Sigma_f \Phi_0}{\lambda_X + \sigma_X \Phi_0}.$$

2/ Au moment de l’arrêt (équation du xénon avec flux nul) :

$$\frac{dX}{dt} = \lambda_I I_{\text{éq}} - \lambda_X X_{\text{éq}} ;$$

$$\frac{dX}{dt} = \gamma_I \Sigma_f \Phi_0 - \frac{(\gamma_I + \gamma_X) \lambda_X \Sigma_f \Phi_0}{\lambda_X + \sigma_X \Phi_0} ;$$

$$\frac{dX}{dt} = \gamma_I \Sigma_f \Phi_0 \left[1 - \frac{(\gamma_I + \gamma_X) \lambda_X}{\gamma_I (\lambda_X + \sigma_X \Phi_0)} \right].$$

Il y a un “pic xénon” si cette quantité est positive :

$$\gamma_I (\lambda_X + \sigma_X \Phi_0) > (\gamma_I + \gamma_X) \lambda_X,$$

soit :

$$\Phi_0 > \frac{\gamma_X \lambda_X}{\gamma_I \sigma_X}.$$

Application numérique : $\Phi_0 > 1,1.10^{11}$ n/cm².s. Cette valeur est beaucoup plus faible que celle qui est atteinte dans les piles de puissance (pour lesquelles il y aura donc toujours un “pic xénon” après arrêt), mais plus grande que celle qu’on réalise dans les expériences critiques. S’il n’y avait pas de formation directe par fission du xénon 135, il y aurait toujours un pic après arrêt, mais, bien, sûr, d’autant plus faible que le flux à l’équilibre avant arrêt est faible.

II - Risque de criticité d’un assemblage 17×17

1/ Erreur concernant le modérateur.

a/ Le facteur de fission rapide est peu modifié, puisqu’il concerne essentiellement les neutrons qui ne sont pas encore sortis du combustible où ils sont nés. Le facteur antitrappe est certainement beaucoup plus mauvais, puisque que le pouvoir modérateur du deutérium est beaucoup plus faible que celui de l’hydrogène. Le facteur d’utilisation thermique, en revanche, est meilleur, puisque la capture du deutérium est négligeable. Le facteur de reproduction, enfin, qui ne dépend que du combustible, n’est pas modifié (si l’on ne tient pas compte de la modification du spectre des neutrons thermiques).

b/ Facteur de fission rapide : $\varepsilon = 1,07$. Facteur antitrappe : le terme $\xi\sigma_s$ est huit fois plus faible ; les autres termes ne sont pas modifiés : p est remplacé par $p^8 = 0,204$. Le facteur d’utilisation thermique f passe à 1 (gaine négligée). Le facteur de reproduction η reste égal à 1,78. Finalement : $k_\infty = 0,389$. L’effet sur p l’emporte largement sur l’effet sur f ; il n’y a aucun risque de criticité !

2/ Erreur concernant le combustible.

a/ Le facteur de fission rapide est légèrement dégradé, puisqu’il y a un peu moins d’uranium 238 (mais cela peut être négligé). Dans la formule du facteur antitrappe p , N_0 est multiplié par le rapport des concentrations 80/96,3 ; la variation de l’intégrale effective peut être négligée ; les autres termes ne sont pas modifiés : donc le facteur p s’améliore. Le facteur d’utilisation thermique s’améliore aussi puisque la combustible est plus absorbant. Le facteur de reproduction également, puisque l’uranium est davantage enrichi. On peut s’attendre à une augmentation considérable du facteur de multiplication infini.

b/ On conserve $\varepsilon = 1,07$. Le facteur p est remplacé par $p^{80/96,3} = 0,859$.

Par atome d'uranium, la section efficace d'absorption passe de $680 \times 0,037 + 2,7 \times 0,963 = 27,76$ à $680 \times 0,2 + 2,7 \times 0,8 = 138,16$; la quantité $1/f - 1$ est inversement proportionnelle à cette section efficace, donc f passe de 0,89 à 0,958. Le facteur de reproduction η passe de 1,779 à 1,932. Le facteur de multiplication infini passe ainsi de 1,390 à 1,700, soit une augmentation de 22 000 pcm.

c/ La condition critique donne :

$$k_{\infty} = 1 + M^2 B^2 = 1 + \frac{2\pi^2 M^2}{a^2},$$

soit $a = 31,9$ cm.

d/ L'assemblage fait $17 \times 1,26 = 21,4$ cm de côté. Avec une économie de réflecteur de 6 cm sur chaque face, cela est équivalent à une pile nue d'arête $a' = 21,4 + 2 \times 6 = 33,4$ cm, soit plus que la taille critique. Le facteur de multiplication effectif est :

$$k_{eff} = \frac{k_{\infty}}{1 + 2\pi^2 M^2 / a'^2} = 1,038$$

(surcriticalité de plus de 5β).

e/ En différentiant la formule :

$$\frac{1}{f} - 1 = \frac{V_m \Sigma_{a,m} \Phi_m}{V_c \Sigma_{a,c} \Phi_c}$$

on trouve :

$$\frac{\delta f}{f} = -f \frac{V_m \delta \Sigma_{a,m} \Phi_m}{V_c \Sigma_{a,c} \Phi_c},$$

soit :

$$\frac{\delta f}{f} = -C^{te} f \frac{\delta \Sigma_{a,m}}{\Sigma_{a,c}} \simeq -C^{te} \frac{\delta \Sigma_{a,m}}{\Sigma_{a,c}},$$

puisque f est proche de 1. Le ppm de bore conduit au même $\delta \Sigma_{a,m}$ dans les deux cas, mais $\Sigma_{a,c}$ est cinq fois plus grande dans le cas à uranium passablement enrichi : l'efficacité du bore est réduite dans la même proportion, soit 2 pcm/ppm environ au lieu de 10. Non seulement la situation risque fort de devenir surcritique, mais encore l'efficacité des absorbants susceptibles de la contrôler est fortement réduite.

f/ L'effet Doppler (négatif) n'est sans doute pas beaucoup modifié. L'effet de spectre, faible dans le cas standard, doit rester faible. L'effet de dilatation

d'eau sur p (négatif) doit, comme l'effet Doppler, rester du même ordre de grandeur. L'effet de dilatation d'eau sur f (positif, car $\delta\Sigma_{a,m}$ est négatif) est réduit d'un facteur 5 environ. Finalement, les effets de température sont plutôt plus favorables dans le cas de l'uranium passablement enrichi.

III - Étude d'une "colonne thermique"

1/ La solution générale est :

$$\begin{aligned}\Phi_1(x) &= A e^{-x/L_1} + A' e^{x/L_1}, \\ \Phi_2(x) &= s(A e^{-x/L_1} + A' e^{x/L_1}) + B e^{-x/L_2} + B' e^{x/L_2},\end{aligned}$$

avec :

$$s = \frac{D_1}{D_2} \frac{L_2^2}{L_1^2 - L_2^2}.$$

2/ Les conditions à l'infini conduisent à prendre A' et B' nuls. Les conditions à l'origine donnent alors A et B :

$$\begin{aligned}A &= \frac{4}{1 + 2D_1/L_1}, \\ B &= -\frac{4s(1 + 2D_2/L_1)}{(1 + 2D_1/L_1)(1 + 2D_2/L_2)}.\end{aligned}$$

Pour l'eau ordinaire, L_1^2 dépasse L_2^2 : s est positif et B est négatif ; pour l'eau lourde, c'est l'inverse : L_2^2 dépasse L_1^2 ; s est négatif et B est positif.

3/ L'indice de spectre s'écrit :

$$I(x) = \frac{1}{s + (B/A) e^{(1/L_1 - 1/L_2)x}}.$$

Pour l'eau ordinaire, cet indice tend asymptotiquement vers $1/s = 0,36$, ce qui est une valeur élevée (le spectre n'est nulle part bien thermique : en quelque sorte, les neutrons pénètrent à l'état rapide, puis sont pratiquement thermalisés sur place). Pour l'eau lourde, au contraire, I tend asymptotiquement vers zéro. Plus on s'éloigne de l'interface, plus le spectre est thermique (les neutrons sont d'abord thermalisés, puis pénètrent le massif une fois thermiques).

4/ L'abscisse de l'extremum de $\Phi_2(x)$ — s'il y en a un — est donnée par ;

$$e^{(1/L_1 - 1/L_2)x} = -\frac{sAL_2}{BL_1}.$$

Cette équation ne peut avoir de solution que si le second membre est positif, ce qui est le cas pour les deux modérateurs. Elle donne :

$$x_{max} = \frac{1}{1/L_1 - 1/L_2} \ln\left(-\frac{sAL_2}{BL_1}\right).$$

Si cette valeur est positive, cet extremum est forcément un maximum, puisque le flux est positif et tend vers zéro à l'infini. C'est le cas pour les deux modérateurs (voir le tableau ci-dessous).

5/ Il est évident que l'eau ordinaire ne peut pas constituer une "colonne thermique" : mauvais indice de spectre et faible flux thermique. Il faut choisir un matériau peu capturant pour les neutrons thermiques, en pratique graphite ou eau lourde.

Applications numériques

Modérateur	Eau ordinaire	Eau lourde
D_1 (cm)	1	1
L_1 (cm)	5	11
D_2 (cm)	0,2	1
L_2 (cm)	3	100
s	2,81	-1,012
A	2,86	3,38
B	-7,66	3,97
x_{max} (cm)	3,47	25,5

