

Exercices sur les interactions neutron-matière (N2/15)

1. Calcul de sections efficace pour un corps pur

Calculer la section efficace macroscopique d'absorption Σ_a d'un bloc d'uranium 235 pur. (données : $\sigma_{a5} = 683$ barns ; $\rho_{U235} = 18,7 \text{ g.cm}^{-3}$)

Première remarque, il s'agit d'un corps pur. On raisonne donc sur la masse atomique, c'est à dire la masse d'une môle de corps pur. De plus c'est un seul isotope, donc pas de problème. On reprend le raisonnement qui a conduit à la formule de la densité nucléaire...

Un môle pèse A gramme et contient $6,023 \cdot 10^{23}$ atomes, donc noyaux (le nombre d'Avogadro). Comme on raisonne sur un centimètre cube qui pèse la masse volumique (par unité de volume...) on a donc une quantité de matière (nombre de môle) en faisant le rapport de la masse volumique par la masse atomique...

On trouve ainsi :

$$N = N \frac{\rho}{A} \quad \text{en noyaux/cm}^3$$

ρ masse volumique [g/cm^3]

A masse atomique [g]

N nombre d'Avogadro = $6,023 \cdot 10^{23}$

Un fois le nombre de noyaux par centimètre cube calculé, on multiplie la probabilité de rencontrer un noyau de U235 par la densité nucléaire... La probabilité d'interaction est : $p = \frac{\sigma N S \cdot dx}{S}$ où S est la section du centimètre cube dans lequel le neutron pénètre. On définit ainsi la **section efficace macroscopique** par $\Sigma = N \sigma$. D'où le calcul :

U5 pur

masse volumique 18,7 g/cm3

Nombre d'Avogadro 6,02E+23

masse atomique 235

densité nucléaire 4,790E+22 noyaux/cm3

section microscopique d'absorption

en barns 683 1E-24

section macroscopique d'absorption

en cm-1 32,72

2. Calcul de libre parcours moyen

Pour un réacteur rapide refroidit au sodium, calculer le **libre parcours moyen** de neutrons de 100 keV dans du sodium liquide. (Données : $N_{Na} = 2,54 \cdot 10^{22}$ atomes. cm^{-3} ; $\sigma_s = 3,4$ barns ; $\sigma_a=0$).

On referait le même calcul de densité nucléaire si l'on ne nous avait pas déjà donné la densité nucléaire.

Il faut donc calculer la **section efficace microscopique totale du sodium**, somme de la section efficace microscopique d'absorption et de celle de diffusion (le neutron est absorbé ou le neutron disparaît...).

$$\sigma \text{ totale} = \sigma \text{ absorption} + \sigma \text{ diffusion} = 3,4 \text{ barns}$$

La **section efficace macroscopique totale** est alors donnée par le produit de la densité nucléaire et de la section microscopique totale...

$$\Sigma \text{ (totale)} = N \sigma \text{ (totale)} = 2,54 * 10^{22} * 3,4 * 10^{(-24)} = \mathbf{0,08636 \text{ cm}^{-1}}$$

Ne pas oublier les barns...

Sinon on serait surpris par l'ordre de grandeur du libre parcours moyen !

La **section efficace macroscopique Σ** représente une probabilité d'interaction par unité de longueur, soit un **nombre d'interaction moyen par cm de trajectoire** pour un neutron. Il est facile de se souvenir que $\lambda = \frac{1}{\Sigma}$ représente alors le **libre parcours moyen d'un neutron** en déplacement, c'est à dire la distance parcourue en moyenne par ce neutron avant une interaction.

Ce qui nous donne : $l = \mathbf{11,579 \text{ cm}}$, ordre de grandeur d'un libre parcours classique dans un réacteur (quelques mms à quelques dizaines de centimètres).

3. Calcul de section efficace pour une molécule

Pour le fluide primaire d'un REP, calculer Σ_a de l'eau légère H_2O . Comparer avec la section macroscopique de diffusion. En déduire le libre parcours moyen total dans l'eau. (Données : $\rho = 1 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$; $\sigma_{a,H} = 0,33 \text{ barn}$; $\sigma_{a,O} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ barn}$; $\sigma_{s,H} = 20 \text{ barns}$)

Attention les pièges commencent... Il s'agit **d'espèces chimiques polymoléculaires**, donc **on raisonne d'abord en molécules**, seule information accessible par le nombre d'Avogadro dans le cas de composés chimiques. L'eau légère a pour masse molaire $M = 2 \cdot (1) + 16 = 18 \text{ g /mole}$. On reprend le même raisonnement que pour l'exercice 1. Un centimètre cube pèse la masse volumique ρ (de l'eau). Il contient donc un nombre de **molécules par centimètre cube** égal au rapport ρ / M .

H2O	composé chimique	
masse volumique	1	g / cm ³
masse molaire	18	g / mole
Nombre d'Avogadro	6,02E+23	molécules / mole
densité de molécules	3,344E+22	molécules / cm³

Un fois connue la densité de molécules, on se souvient qu'il y a **deux hydrogènes par molécule**... donc **deux fois plus de noyaux d'hydrogène** que de molécules d'eau. On garde un oxygène par molécule...

densité de noyaux d'hydrogène		
2 * N (molécules d'eau)	6,689E+22	Noyaux / cm ³
densité de noyaux d'oxygène		
1 * N (molécules d'eau)	3,344E+22	Noyaux / cm ³

En calculant chaque section macroscopique de chaque noyau, on additionne les probabilités d'interaction par centimètre... soit donc :

section efficace macroscopique d'absorption		
pour l'hydrogène	$N * \sigma(a,H)$	0,02 cm ⁻¹
pour l'oxygène	$N * \sigma(a,O)$	6,69E-06 cm ⁻¹
pour l'eau	$\Sigma(a, H_2O)$	0,02 cm ⁻¹
Libre parcours moyen d'absorption		45,29 cm
section efficace macroscopique de diffusion		
pour l'hydrogène	$N * \sigma(a,H)$	1,34 cm ⁻¹
pour l'oxygène	$N * \sigma(a,O)$	0,00 cm ⁻¹
pour l'eau	$\Sigma(s, H_2O)$	1,34 cm ⁻¹
Libre parcours moyen de diffusion		0,748 cm

On compare les deux libres parcours moyens... l'eau légère est un ralentisseur (modérateur) un peu absorbant tout de même !

4. Calcul de sections efficaces pour un UO2 enrichi

Le combustible des REP est de l'UO2 enrichi. Sachant que la densité du dioxyde d'uranium UO2 est $\rho = 10,6 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$ et que :

	σ_a (barns)	σ_f (barns)	σ_s (barns)
U235	680	580	13,8
U238	2,7	0	8,9
O16	$0,27 \cdot 10^{-3}$	0	3,8

Calculer les sections efficaces macroscopiques Σ_s , Σ_a , Σ_f de l'UO2 correspondant à un enrichissement en noyaux de 4.5%. En déduire les différents libre parcours moyen d'un neutron thermique dans cet UO2 enrichi.

Les calculs se corsent ! On raisonne maintenant sur des composés chimiques (donc les masses molaires, les densités de molécules...) mais avec des isotopes. Donc le problème c'est le calcul de la masse molaire !

L'UO2 contient 4,5 % d'U 235 et (100-4,5) % d'U238...

Donc une mole de cet uranium pèse : **$(0,045 * 235) + (0,955 * 238)$ g/mole**

L'UO2 contient aussi deux atomes d'oxygène, la masse molaire est donc :

$$M(\text{UO}_2) = (0,045 * 235) + (0,955 * 238) + 2 * 16 = 269,82 \text{ g / mole}$$

Un centimètre cube pèse ... ρ g et contient donc r / M mole... Soit $\rho / M * 6,02 \cdot 10^{23}$ **molécules / cm3** ! On en déduit donc qu'il y a un uranium par molécules, mais **seulement 4,5 % de ces uraniums sont du U235...** pour 95,5 % de l'U238... et les calculs se ressemblent ensuite..

Uranium enrichi	4,5	% en U235
masse volumique	10,6	g / cm3

masse molaire de l'UO2

4,5 % de 235	10,575	
95,5 % de 238	227,29	
deux oxygènes en plus	32	
M (UO2) =	269,865	g / mole

densité de molécules d'UO2 par cm3

$$2,3646\text{E}+22 \text{ molécules /cm}^3$$

densité d'uranium par cm3

$$2,3646\text{E}+22 \text{ atomes d'U par cm}^3$$

$$\text{dont } 4,5\% \text{ d'U235} \quad \mathbf{1,0641\text{E}+21 \text{ noyaux d'U235 / cm}^3}$$

$$\text{dont } 95,5\% \text{ d'U238} \quad \mathbf{2,2582\text{E}+22 \text{ noyaux d'U238 / cm}^3}$$

densité d'oxygène par cm3

$$\mathbf{4,7292\text{E}+22 \text{ noyaux d'oxygène par cm}^3}$$

Les calculs des sections efficaces s'en suivent laborieusement...

On pourra comparer les différentes sections efficaces dans l'UO₂ (pour des neutrons thermiques). Le pourcentage de fission (par le seul U5) concerne 34,3% des interactions pour un noyau présent à seulement 4,5 % !

	U5	U8	Ox	UO ₂	%
absorption	7,236E-01	6,097E-02	1,277E-05	7,845E-01 cm-1	43,7
fission	6,172E-01	0	0	6,172E-01 cm-1	34,3
diffusion	1,468E-02	2,010E-01	1,797E-01	3,954E-01 cm-1	22,0
			totale	1,797E+00 cm-1	100

libre parcours moyen (total)
0,556 cm

5. Calculs dans un réacteur supposé homogène

Calculer la section efficace macroscopique d'absorption pour les neutrons thermiques dans un réacteur homogène composé d'U²³⁵, d'H₂O et d'Al ²⁷. Les pourcentages en volume de chaque constituant sont :

	$V_i / V (\%)$	$\rho (g \cdot cm^{-3})$
U ²³⁵	0,2	18,7
H ₂ O	60	1
Al	39,8	2,7

Les sections efficaces microscopiques utiles sont :

	Al	H	U ²³⁵	O
σ_a (barns)	0,23	0,33	687	2.10 ⁻⁴

Cette fois-ci les enrichissements ou les concentrations sont en rapports de volume... ça se complique ! on doit adapter les formules du polycopié.

On calcule les **densités de molécule par centimètre cube** pour chaque **élément**, donc les **densités de noyaux** (si espèce moléculaire comme H₂O), ensuite **on pondère ces densités par le rapport des volumes** puisque dans un centimètre cube il y a un volume $V_i / (V = 1 \text{ cm}^3)$...

Ensuite il suffit de calculer les sections efficaces macroscopiques d'absorption en additionnant les sections macroscopiques de chaque élément ainsi pondéré...
Tableau !

Σ absorption	U 235	H	O	Al 27	
microscopique (barns)	687	0,33	0,0002	0,23	1E-24
macroscopique (cm-1)	3,291E+01	2,207E-02	6,689E-06	1,385E-02	
pourcentage en volume	0,2	60	60	39,8	attention%
macroscopique pondérée	0,0658	0,0132	4,013E-06	0,0055	cm-1
section efficace macroscopique d'absorption du mélange (somme des valeurs pondérées)					
0,0846 (cm-1)					

Attention à bien tenir compte de la pondération en %... donc diviser par 100 !

6. Calcul de libres parcours moyen dans un REP

Calculer Σ_s (H_2O) ainsi que le libre parcours moyen de diffusion aux conditions normales de températures et de pression (1 atm ; 20°C). (Données : $\sigma_{s,H} = 20,5$ barns; $\sigma_{s,O} = 4,8$ barns)

Calcul assez classique maintenant, puisque l'on reprend les densités moléculaires, puis nucléaires, et que l'on additionne les sections macroscopiques de l'hydrogène et de l'oxygène. Puis l'inverse évidemment pour obtenir le libre parcours moyen de diffusion (voir exercice 3).

H2O

composé chimique

masse volumique	1	g / cm ³
masse molaire	18	g / mole
Nombre d'Avogadro	6,02E+23	molécules / mole

densité de molécules 3,344E+22 molécules / cm³

densité de noyaux d'hydrogène	(en barns)	H	O
2 * N (molécules d'eau)	6,689E+22	diffusion	20,5
			4,8

densité de noyaux d'oxygène	
1 * N (molécules d'eau)	3,344E+22

section efficace macroscopique de diffusion

pour l'hydrogène	N * σ (a,H)	1,37	cm-1
pour l'oxygène	N * σ (a,O)	0,16	cm-1
pour l'eau	Σ (s, H ₂ O)	1,37	cm-1

Libre parcours moyen de diffusion 0,729 cm

On se rappellera que les canaux d'eau ont des dimensions de l'ordre de quelques mm à quelques centimètres...

7. Réflexions sur les probabilités d'interaction

Dans le cas d'une interaction neutron-noyau ; établir en fonction de σ_a , σ_s et σ_t la probabilité que cette interaction soit : (1) une absorption, (2) une diffusion.

L'interaction a eu lieu... donc 100 % de succès. Ce qui importe c'est la sortie de l'artiste : diffusion... ou absorption !

On se souvient que $\sigma_{\text{total}} = \sigma_a + \sigma_s$ (totale = absorption + diffusion)
en divisant par σ_{total} on retrouve donc : $100 \% = (\sigma_s / \sigma_{\text{total}}) + (\sigma_a / \sigma_{\text{total}})$
soit les **probabilités que cette interaction soit une diffusion, ou soit une absorption !**

Dans le cas où le neutron est absorbé ; établir en fonction de σ_a , σ_c et σ_f la probabilité que cette absorption soit : (1) une capture, (2) une fission.

On fera le même raisonnement mais en considérant que l'événement qui vient de se dérouler est une absorption !

$$\sigma_a = \sigma_c + \sigma_f \quad (\text{absorption} = \text{capture} + \text{fission})$$

en divisant par σ_a ... on trouve : $100 \% = (\sigma_c / \sigma_a) + (\sigma_f / \sigma_a)$ soit les **probabilités que cette absorption soit une capture, ou soit une fission !**

8. Libres parcours moyens entre neutrons rapide et thermique

En reprenant les résultats des densités nucléaires calculés dans les exercices précédents, et avec le tableau ci-dessous, calculez tous les libres parcours moyen des neutrons rapides dans l'eau et l'UO2 enrichi à 4.5% (10,6 g/cm3).

	σ_a (barns)	σ_a (barns)	σ_f (barns)	σ_f (barns)	σ_s (barns)
Noyaux	Neutrons thermiques $E_c=0.025$ eV	Neutrons rapides $E_c=2$ MeV	Neutrons thermiques	Neutrons rapides	Neutrons thermiques
U235	681	2.33	582	1.81	13.8
U238	2.7	0.9	0.0	0.7	8.9
Pu239	1011	2.3	742	1.8	7.7
H (H ₂ O)	0.322	0.0	0.0	0.0	20,7

Comparez les libres parcours moyens d'absorption aux dimensions des hétérogénéités rencontrés par les neutrons dans le cœur nucléaire :

Diamètre moyen d'un crayon combustible UO2 : 8 mm

Distance entre deux crayons combustible remplie d'H2O : entre 2 à 4 mm

Que pouvez-vous en conclure sur la répartition des neutrons dans un tel cœur ?

Le Pu239 est là pour montrer les différences de section microscopique...

Les sections efficaces de l'oxygène sont négligeables.

Les calculs de densité nucléaires de l'UO2 enrichi sont comparables à ceux des exercices précédents. Les calculs de sections macroscopiques vous sont maintenant familiers... restent à **les comparer**. Les résultats sont portés dans le tableau suivant... en espérant que vos calculs se sont bien passés !

rapide dans l'UO2	absorption	capture	fission	diffusion	(en barns)
U235	2,33	0,52	1,81	13,8	1E-24
U238	0,9	0,2	0,7	8,9	
bilan UO2	0,0238	0,0053	0,0185	0,2251	cm-1
libre parcours moyen	42,09	189,30	54,12	4,44	cm
rapide dans l'H2O	absorption	capture	fission	diffusion	(en barns)
H	0	0	0	10	
bilan H2O	0	0	0	0,67	cm-1
libre parcours moyen				1,50	cm
thermique dans l'UO2	absorption	capture	fission	diffusion	(en barns)
U235	681	99	582	13,8	
U238	2,7	2,7	0	8,9	
bilan UO2	0,788	0,169	0,619	0,225	cm
libre parcours moyen	1,268	5,911	1,615	4,442	cm
rapide dans l'H2O	absorption	capture	fission	diffusion	(en barns)
H	0,322	0	0	20,5	
bilan H2O	0,022	0	0	1,371	cm-1
libre parcours moyen	46,429			0,729	cm

On constate que le **libre parcours d'un neutron rapide dans l'UO2** est très **grand** (interactions d'absorptions très peu probables, de diffusion rares). On vérifierait que les seules interactions d'absorptions conduisent à 90% à des fissions avec l'U238...

En revanche le **libre parcours d'un neutron rapide dans l'eau** reste assez court : 1,5 cm pour des hétérogénéités de l'ordre de 2 à 20 mm. Le ralentissement est assez rapide...

Le **neutron thermique** se trouve alors avec des libres parcours de diffusion assez court : 0,7 cm, donc **facilement thermalisé**. 18 chocs suffisent. Par contre, dès qu'il pénètre **dans le combustible**, le parcours d'absorption est du même ordre de grandeur... et **voisin de la taille des barreaux de combustible**, mais fatal au neutron qui **fissionne assez facilement l'U 235**.