Réaction en chaîne, flux et taux de réactions

1. Intérêt du combustible nucléaire

Calculer l'énergie libérée en Joules :

Un atome d'U^{235} fissionné donne $\rightarrow$ 200 MeV : soit $3{,}2.10^{-11}$ J

Un atome d'U^{235} détruit donne $\rightarrow \frac{\sigma_{f,5}}{\sigma_{a,5}}$ atomes d'U_{235} fissionnés

Energie libérée par :

$$\begin{cases} \text{Fission d'1 g d'}U_{235} : \dfrac{1g \times \mathcal{N}}{A_5} \times 3{,}2.10^{11}\ J = 8{,}202.10^{10}\ J = B \\ \text{Destruction d'1g d'}U_{235} : B \times \dfrac{\sigma_{f,5}}{\sigma_{a,5}} = B \times \dfrac{580}{690} = 7.10^{10}\ J \end{cases}$$

2. Comparaison avec les énergies fossiles

Masse de charbon à brûler pour obtenir la même énergie :

$$C + O_2 \rightarrow CO_2 + 4\ eV$$

$$4\ eV = 4 \times 1{,}6.10^{-19}\ J$$

On veut récupérer 6,912 10^{13} J, il faut donc $\frac{6{,}912\ 10^{13} J}{4\ 1.6\ 10^{-19} J}$ = 1,08 10^{32} réactions

Soit la consommation de 10^{32} atomes de carbone

$\boxed{M_c = 2152\ \text{Tonnes}}$

12 g de charbon $\rightarrow \aleph$ atomes donc : $M_C = \frac{1{,}08.10^{32}}{\aleph} \times 12$

Cela correspond à 10 760 barils. Or, 1 baril = 163 litres, donc 10 760 × 0,163 = **1754 m³**

3. Comparaison consommation d'uranium / énergie produite

Energie correspondant à 8 JEPC, et masse d'U^{235} consommée

8 JEPC $\rightarrow$ 8 x 100 = 800 MWJ = 800 10^6 x 86400 = 6,912 10^{13} J

masse d' U^{235} fissionnée $\frac{6{,}912.10^{13}}{B} = 842{,}7$ g

La masse d'U_{235} disparue : $842{,}7 \times \frac{\sigma_{a,5}}{\sigma_{f,5}} = 842{,}7 \times \frac{690}{580} = 1002{,}5$ g

Sachant que l'enrichissement est : $e_m = 0{,}71$ %

la masse d'$U_{naturel}$ est $\frac{1002{,}5}{0{,}71.10^{-2}} = 141{,}2$ Kg

$m_{Unat} = 141{,}2$ Kg

4. **<u>Atténuation d'un faisceau de neutrons par un absorbant</u>**

L'atténuation du faisceau est donnée par la fonction $e^{-\Sigma x}$

Calculons l'atténuation A : $N_o = \int_0^\infty A\ e^{-\Sigma x}\,dx = \frac{A}{\Sigma} \Rightarrow A = N_o\,\Sigma$

La valeur moyenne de x est : $\bar{x} = \frac{\int_0^\infty x.n(x)\,dx}{\int_0^\infty n(x)\,dx} = \Sigma \int_0^\infty e^{-\Sigma x}.x\,dx$

On pose : $u = \Sigma x$, donc on a aussi : $du = \Sigma\,dx$

D'où en remplaçant, on obtient : $\bar{x} = \int_0^\infty u\,e^{-u}\frac{du}{\Sigma} = \frac{1}{\Sigma} \Rightarrow \boxed{\bar{x} = \frac{1}{\Sigma}}$

Cette position moyenne est l'inverse de la section efficace macroscopique et correspond au libre parcours moyen dans un milieu caractérisé par cette même section efficace macroscopique Σ.

$$I(2{,}5) = I_0\ e^{-2{,}5\Sigma} = 0{,}1x\ I_0$$

$$\Sigma = 0{,}92\ cm^{-1} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} N\,\sigma = \Sigma \\ N = \frac{\rho\,Na}{A} \end{array}\right\} \Rightarrow \text{Application numerique : } \boxed{\sigma = 30{,}6\ \text{barns}}$$

5. **<u>Ordre de grandeur du flux dans un réacteur, durée de vie</u>**

a. Détermination du flux dans un des réacteurs

Calcul de la puissance volumique P_V en W / cm^3 :

Notation : P : Puissance d'un réacteur en W.
V : Volume d'un réacteur en cm^3.

Le volume d'un réacteur s'exprime par la relation : $\boxed{V = \frac{\pi \times D^2}{4} \times H}$ V = 0,78 m^3

On connaît la puissance d'un réacteur P = 90.10^6 W.
On peut donc calculer la puissance volumique P_V d'un réacteur par la relation suivante :

$\boxed{P_V = \frac{P}{V}}$ P_V = 115,38 W / cm^3

Calcul du flux neutronique dans un réacteur :
La puissance neutronique dans le réacteur s'exprime aussi par la relation (1) : $\boxed{P_v = \Sigma_f\,.\,\Phi\,.\,q}$

Avec la notation suivante :
Σ_f : Section efficace macroscopique de fission en cm^{-1},
Φ : Flux neutronique en neutrons.cm^{-2}.s^{-1},
q : Energie dégagée par une fission en J.

On obtient les valeurs : Σ_f = 0,087 cm^{-1} P_V = 115,38 W.cm^{-3} q = 200 MeV = 3,2.10^{-11} J

On déduit l'expression du flux neutronique à partir de la relation précédente : $\boxed{\Phi=\frac{P_V}{\Sigma_f.q}}$

Φ = 4,14.10^{13} neutrons.cm^{-2}.s^{-1}

b. Durée de vie T d'un réacteur

Calcul du nombre de fissions par seconde dans un réacteur :

Un réacteur fournit une puissance de 90 MW, soit une énergie de 90.10^{6} J par seconde.

Or, une fission dégage une énergie de 3,2.10^{-11} J.

On déduit donc du rapport 90.10^{6} J.s^{-1} / 3,2.10^{-11} J le nombre de fissions par seconde :

$$n_{fissions} = 2,8.10^{18} \text{ fissions / s}$$

Calcul de la masse totale d'U^{235} consommée par heure :

Notons m_{U5} la masse totale d'U^{235} consommée par heure. Il se produit 2,8.10^{18} fissions par seconde, soit 2,8.10^{18} . 3600 = 1,01.10^{22} fissions par heure. Or, une fission consomme un noyau d'uranium 235. Donc, 1,01.10^{22} noyaux d'U^{235} sont fissionnés par heure. Or, les noyaux d' U^{235} peuvent aussi disparaître par capture stérile. On sait que la probabilité pour qu'un noyau d' U^{235} soit consommé par fission est de 0,85.

Le nombre total de noyaux d' U^{235} consommés (par fission et capture stérile) par heure (n_{cons}) s'exprime par la relation suivante :

n_{cons} = (1,01.10^{22} / 0,85) n_{cons} = 1,188.10^{22} noyaux d' U^{235} consommés / heure

La masse d'uranium 235 consommée par heure s'obtient alors par la relation :

$m_{U5}=\frac{n_{cons}.A_{235}}{\mathcal{N}}$ m_{U5} = [(1,188.10^{22} . 235) / 6,02.10^{23}] m_{U5} = 4,638 g / heure

Calcul de la masse de combustible consommée par heure, par jour :

Nous recherchons le nombre de molécules d'UO_2 "consommées" par heure. Notons N_{comb} cette quantité. Par définition, le nombre de molécules d'UO_2 dans le combustible s'exprime par la relation suivante : $N_{UO_2}=N_U=N_5+N_8$

Or, on a aussi la relation de l'enrichissement e en noyau d'U^{235} : $e=\frac{N_5}{N_5+N_8}$

En combinant ces 2 relations, on obtient la relation finale du nombre de molécules d'UO_2 dans le combustible : $N_{UO_2}=N_5+N_8=\frac{N_5}{e}$

De cette dernière relation, on en déduit le nombre de molécules d'UO_2 "consommées" par heure (N_{comb}) en fonction du nombre total de noyaux d'uranium 235 "consommés" par heure (n_{cons}) :

$N_{Comb}=\frac{n_{Cons}}{e}$ N_{comb} = 2,376.10^{23} molécules d'UO_2 consommées par heure.

La masse d'UO_2 consommée par heure M_{UO2} s'écrit :

$$M_{UO2}=\frac{N_{Comb}.A_{UO2}}{\mathcal{N}}$$ avec : A_{UO2} = 0,05.235 + 0,95.238 + 2.16 = 269,85 g / mole

La masse d'UO_2 consommée par heure vaut donc : M_{UO2} = 106,5 g / Heure

La masse d'UO_2 consommée par jour vaut donc : M_{UO2} = (106,5 . 24) / 1000 = 2,556 Kg /jour

Calcul du temps T mis pour épuiser la charge de combustible :

La charge de combustible, au départ, dans chaque réacteur est de 1700 Kg.
La durée de vie T d'un réacteur s'exprime par la relation suivante :

$$\boxed{T=\frac{\text{Masse de combustible initiale}}{\text{Masse d'}UO_2\text{ consommé par jour}}}$$ T = (1700 / 2,56) = 664 jours = 1,82 années

c. Autonomie de navigation :

Deux réacteurs servent à la propulsion du navire. Ces deux réacteurs fonctionnent à 80 % de la puissance nominale. Les calculs précédents ont été réalisés pour un fonctionnement du réacteur à 100 % de la puissance nominale. Si l'on veut déterminer la masse d'UO_2 consommée par jour, par un réacteur fonctionnant à 80 % P_N, il suffit de multiplier le résultat obtenu pour un fonctionnement à 100 % P_N du réacteur par 0,8. La masse d'UO_2 consommée par jour, pour un fonctionnement du réacteur à 80 % P_N vaut donc : M_{UO2} =2,556 . 0,8 = 2,048 Kg / jour

On peut alors déterminer l'autonomie de navigation du navire. Calculer l'autonomie de navigation du navire revient à calculer le temps T mis par les 2 réacteurs (fonctionnant à 80% P_N simultanément) pour épuiser leur charge de combustible UO_2.

Calculons ce temps T : $\boxed{T=\frac{1700}{2,048}=829\text{jours}=2,27\text{ans}}$ L'autonomie du navire est de 2,27 années.

Il ne s'agit bien sûr que d'un temps très théorique comme nous le verrons plus loin dans le cours.