Exercices sur la formule des quatre facteurs

1. Calculs de facteurs

Calculer le facteur η pour de l'uranium enrichi à 10 % . Le facteur de fission thermique η est définie par : $\eta = \dfrac{\upsilon \times \text{nombre de fissions thermiques}}{\text{nombre de neutrons absorbes dans le combustible}}$

$$\eta=\upsilon_5.\frac{\Sigma_{f5}}{\Sigma_{a5}+\Sigma_{a8}}=\upsilon_5.\frac{N_5.\sigma_{f5}}{N_5.\sigma_{a5}+N_8.\sigma_{a8}}$$

Divisons le numérateur et le dénominateur de ce dernier résultat par N_5+N_8 et utilisons les définitions suivantes : $e=\dfrac{N_5}{N_5+N_8}$ $\quad 1-e=\dfrac{N_8}{N_5+N_8}$

On arrive au résultat final : $\eta=\upsilon_5.\dfrac{e.\sigma_{f5}}{e.\sigma_{a5}+(1-e).\sigma_{a8}}$

$\eta=2{,}42.\dfrac{0{,}1.582.10^{-24}}{0{,}1.683.10^{-24}+0{,}9.2{,}73.10^{-24}}$ soit $\eta = 1{,}99$

2. Bloc d'uranium naturel sans modérateur

Pour évaluer la réactivité d'un tel milieu, il faut calculer le nombre de neutrons de génération en génération. Supposons que l'on injecte 100 neutrons.

Nombre de neutrons a la génération suivante :

Pour déterminer le nombre de neutrons de la génération suivante, il nous faut connaître le facteur de multiplication. Nous sommes en présence d'un milieu infini donc $k_{eff} = k_\infty$ (fuites = 0).
Le facteur de multiplication pour notre milieu est donc $k_\infty = \varepsilon.p.f.\eta$. Dans la formule des 4 facteurs, seul le produit $f.\eta$ n'est pas déterminé. Le bloc d'Uranium naturel ne comporte pas de modérateur, donc f = 1. Il ne nous reste plus qu'à évaluer le facteur de fission thermique η.

Pour le type de combustible relatif à notre milieu, on a par définition : $\eta=\dfrac{\upsilon_5.\sigma_{f5}.e}{e.\sigma_{a5}+(1-e).\sigma_{a8}}$

L'enrichissement est défini par : $e=\dfrac{N_5}{N_5+N_8}=\dfrac{1}{1+\dfrac{N_8}{N_5}}$ soit ici e = 0,72 %

On peut alors calculer le facteur η : $\eta = 1{,}32$
Le facteur de multiplication du milieu vaut alors : $k_\infty = 0{,}29$
On peut alors déterminer le nombre de neutrons à la génération suivante :

Nbre de neutrons génération (n) = k_∞ . nbre de neutrons génération (n-1)

On injecte initialement 100 neutrons rapides.
Le nombre de neutrons à la génération suivante sera égal à 100 . 0,29 = 29

On s'aperçoit que la population de neutrons va en décroissant. De ce fait, le milieu est sous critique. On ne peut entretenir une réaction en chaîne uniquement avec un bloc d'uranium naturel. Revoir le cours sur les filières.

3. Paramètres de réactivité

Probabilité de non fuite et pourcentage de fuite :

Son antiréactivité est de 1000 pcm (ρ = -1000 pcm)

$$\rho = \frac{k_{eff} - 1}{k_{eff}} \Rightarrow \quad k_{eff} = \frac{1}{1-\rho} \qquad k_{eff} = \frac{1}{1+1000 \cdot 10^{-5}} = 0,9901 \qquad k_{eff} = 0,99$$

Probabilité de non-fuite des neutrons pour ce réacteur : par définition, on a $k_{eff} = k_\infty . P_{nf}$

$$P_{nf} = \frac{k_{eff}}{k_\infty} = \frac{0,9901}{1,2} = 0,825 \qquad P_{nf} = 0,825$$

Valeur de la probabilité de fuite pour garantir la juste criticité

Pourcentage de fuite avec k_{eff} = 1 : la probabilité de fuite est $P_F = 1 - P_{NF} = 1 - \frac{k_{eff}}{k_\infty}$

$$P_f = 1 - \left(\frac{1}{1,2} \right) \qquad P_f = 0,167$$

4. Paramètres de réactivité

Calculer le facteur de multiplication et la probabilité de fuite :

Antiréactivité : par définition, on a $\rho = \frac{k_{eff} - 1}{k_{eff}}$ soit ici ρ = - 502 pcm

Calcul de k_∞ : par définition, on a $k_\infty = \varepsilon . p . f . \eta$

On suppose toutes les fissions thermiques donc $\varepsilon = 1$. Le facteur antitrappe p vaut 1.

Il nous reste le produit $f.\eta$ à déterminer pour calculer k_∞.

Par définition, ce produit est caractérisé par : $f.\eta = \frac{\upsilon \times \text{nombre de fissions thermiques}}{\text{nombre de neutrons thermiques absorbes}}$

On sait que pour 100 neutrons thermiques absorbés, on a 51 fissions. On peut calculer $f.\eta$:

$f.\eta = 2,47 . (51 / 100) = 1,26$

On en déduit le facteur de multiplication k_∞ : $k_\infty = 1 . 1 . 1,26$ $\qquad k_\infty = 1,26$

Probabilité de fuite P_f : par définition, on a $P_F = 1 - P_{NF} = 1 - \frac{k_{eff}}{k_\infty}$ donc ici $P_f = 1 - \frac{0,995}{1,26}$ $P_f = 0,21$

5. Effet modérateur, perte d'énergie (revoir chapitre 1)

Energie maximum perdue par collision élastique :

Les neutrons incidents on une énergie initiale E_0 = 2 MeV.
D'après le cours, l'énergie finale E_f du neutron après le choc élastique est comprise dans un intervalle $\alpha.E_0 < E_f < E_0$, avec : $\boxed{\alpha = \frac{(A-1)^2}{(A+1)^2}}$

Calculons α pour nos deux éléments Be^9 et U^{238} : $Be^9 \rightarrow \alpha = 0{,}64$ $U^{238} \rightarrow \alpha = 0{,}9834$

Le neutron aura perdu le maximum d'énergie quand $E_f = \alpha \cdot E_0$.
L'énergie maximale perdue par collision élastique est représentée par la quantitée ΔE :

$\Delta E = E_0 - \alpha \cdot E_0$ $Be^9 \rightarrow \Delta E = 0{,}72$ MeV $U^{238} \rightarrow \Delta E = 0{,}033$ MeV

Les neutrons perdent plus d'énergie lors d'un choc élastique avec le Be^9 qu'avec l'U^{238} .
Le Be^9 est donc meilleur ralentisseur que l'U^{238} .

Perte logarithmique moyenne par collision :

La perte moyenne d'énergie au cours d'un choc élastique est caractérisée par le paramètre de ralentissement ξ qui vaut : $\xi = 1 + \frac{\alpha}{1-\alpha}.\ln(\alpha)$

Pour le graphite, on a :A = 12 g / $_{mole}$ $\alpha = 0{,}716$ d' où : $\xi = 0{,}158$

Nombre de collision x :

On veut ramener des neutrons incidents d'énergie E_0 = 2 MeV à l'énergie thermique 0,025 eV.
Pour calculer le nombre de collisions X nécessaire à ce ralentissement; on utilise la formule du cours : $X = \frac{\ln(E_0) - \ln(E_1)}{\xi}$ soit X = 115 collisions en moyenne…

6. Bilan neutronique

$$K_\infty = \varepsilon\, p f \eta . P_{NF}$$

On utilise de l'uranium 235 pur, donc : e = p = 1
donc : $K_{eff} = \eta\, f.P_{NF}$

$$\eta = \nu_5 \frac{\sigma_{f5}}{\sigma_{a5}} = 2{,}43 \frac{580}{680} = 2{,}08$$

f est le rapport entre le nombre de thermiques absorbés dans le combustible et le nombre de neutrons thermiques.

En supposant les fuites rapides : $f = \frac{1 - 30\,\% - 25\,\%}{1 - 25\,\%} = 0{,}6$

On sait que [100 % - (30 % + 25 %)] = 45 % des neutrons sont absorbés dans le combustible.
Donc : P_{NF} = 75 %

Finalement : $K_\infty = 0{,}936$ Le réacteur est sous critique.

7. Valeur maximale du Keff avec de l'uranium

$$K_{eff} = \varepsilon p f \eta . P_{NF}$$

$P_{NF\,MAX} = 1$: pas de fuites $f_{MAX} = 1$: pas de captures hors du combustible
$p_{MAX} = 1$: pas de captures stériles dans le domaine épithermique

s'il n'y a pas d'uranium 238 : e = 1 $\eta_{MAX} = 2{,}08$ pour uranium 235 pur

Donc, $K_{eff\,MAX} = 2{,}08$ Soit : $\rho_{MAX} = \frac{K_{eff\,MAX} - 1}{K_{eff\,MAX}} = 51.900$ pcm

8. Comparaison de filières

UNGG, homogène :

$r = \frac{N_m . V_m}{N_u . V_u} = 300$ (rapport de modération)
e ~ 1 : peu de fissions rapides en milieu homogène (les neutrons voient leur énergie passer sous le seuil de fission rapide dès le premier choc sur le modérateur).

p = 0,705 par hypothèse.

$$f = \frac{(N_5 . \sigma_{a5} + N_8 . \sigma_{a8}) . V_u}{(N_5 . \sigma_{a5} + N_8 . \sigma_{a8}) . V_u + N_m . V_m} \Rightarrow f = \frac{\sigma_{a5} + \frac{N_8}{N_5} . \sigma_{a8}}{\sigma_{a5} + \frac{N_8}{N_5} . \sigma_{a8} + \frac{N_m}{N_5} \frac{V_m}{V_u} . \sigma_{am}}$$

$$\Rightarrow f = \frac{\sigma_{a5} + \frac{N_8}{N_5} . \sigma_{a8}}{\sigma_{a5} + \frac{N_8}{N_5} . \sigma_{a8} + \frac{N_u}{N_5} . r . \sigma_{am}}$$ f = 0,883 $$\eta = \frac{\nu \sigma_{f5}}{\sigma_{a5} + \frac{N_8}{N_5} \sigma_{a8}}$$ $\eta = 1{,}33$

donc : $K_\infty = \varepsilon p f \eta = 0{,}828$

Un réacteur homogène utilisant de l'uranium naturel et du graphite ne peut pas diverger. Seule une structure hétérogène qui augmente p permettra d'obtenir $K_\infty > 1$.

Uranium enrichi - Graphite, homogène :

$e_5 = \frac{N_5}{N_8 + N_5} = \frac{1}{70+1} = 1{,}4\ \%$
e = 1 (homogène), $\eta = 1{,}614$ f = 0,924 p = 0,751 (par hypothèse),

donc : $K_\infty = \varepsilon p f \eta = 1{,}121$

Uranium naturel - eau lourde, homogène :

e = 1 (homogène) p = 0,82 $\eta = 1{,}33$ f = 0,982 donc : $K_\infty = \varepsilon p f \eta = 1{,}071$
Le réacteur peut diverger, l'eau lourde est le meilleur modérateur.

9. principe de calcul du facteur ε de fission rapide

Les calculs demandés sont présentés sous forme d'un tableau dont il faut tirer un certain nombre d'enseignement. Les calculs de densités nucléaires restent classiques. Celui des libres parcours également. Reste à interpréter les données.

Masse atomique UO2				
269,85		enrichissement		
		0,05 %		
densité	Avogadro	densité nucléaire U	densité U8	densité U5
10,6 g/cm3	6,02 E+23	**2,364 E+22**	**2,246 E+22**	**1,182 E+21**
	Fission		U8	U5
		Micro (cm2)	7E-25	1,81E-24
		Macro (cm-1)	**0,01572**	**0,00214**
		libre parcours (de fission)	**63,591 cm**	**467,3 cm**
épaisseur	**0,8 cm**	"efficacité"	**0,01258**	**0,00171**
rendement	**2,75 n/fission**	production	**0,03459**	**0,00471**
		bilan	**0,022015**	**0,00299**
		Coefficient de fission rapide (avec 5% de U235)		
			1,025011656	

On constate que les fissions rapides de l'U238 sont plus de 7 fois plus probables que celle de l'U235. On comprend mieux pourquoi on se réserve le terme de fissions rapides de l'uranium 238.