# EXERCICE N°1 :

## ENRICHISSEMENT FINAL ET CONSOMMATION EN NOYAUX $U^{235}$ APRES FONCTIONNEMENT PENDANT 200 JEPP :

### 1- Nombre d'atomes d'$U^{235}$ et d'$U^{238}$ présents initialement :

Nous utiliserons les notations suivantes dans l'exercice :

**$N_{5,i}$ :** Nombre d'atomes d'**$U^{235}$** présents dans le coeur initialement.
**$N_{8,i}$ :** Nombre d'atomes d'**$U^{238}$** présents dans le coeur initialement.
**$N_{U,i}$ :** Nombre d'atomes d'**$UO_2$** présents dans le coeur initialement.
**$e_i$ :** Enrichissement initial en noyaux d'**$U^{235}$**.
**Mc,i :** masse de combustible initiale en Kg .

Par définition, on a les relations suivantes :

$$\boxed{\begin{aligned} N_{5,i} &= e.N_{U,i} \\ N_{8,i} &= (1-e).N_{U,i} \end{aligned}} \qquad (1)$$

Le nombre d'atomes d'**$UO_2$** s'exprime par la relation :

$$N_{U,i} = \frac{M_{C,i}.N_a}{A_{UO_2}}$$

La masse molaire du combustible **$UO_2$** s'écrivant :

$$A_{UO_2} = e_i.A_{235} + (1 - e_i).A_{238} + 2.A_O$$

**AN :**

$$\boxed{A_{UO_2} = 269{,}88 \text{ g . mole}^{-1}}$$

Le nombre d'atomes d'**$UO_2$** vaut alors :

$$\boxed{N_{U,i} = 3{,}359.10^{29} \text{ atomes}}$$

A partir des deux relations **(1)**, on détermine le nombre d'atomes d'$U^{235}$ et d'$U^{238}$ présents dans le coeur initialement :

**AN :** $\boxed{\begin{array}{l} N_{5,i} = 1{,}343.10^{28} \text{ atomes} \\ N_{8,i} = 3{,}224.10^{29} \text{ atomes} \end{array}}$

**2- Nombre d'atomes d'$U^{235}$ consommés (fonctionnement de 300 JEPP) :**

Bien concevoir un coeur de réacteur implique que l'énergie fournie par le combustible **($E_{fc}$)** doit être **égale** à l'énergie (imposée) que doit fournir le combustible **($E_i$)**.

Energie imposée **($E_i$)** : $\mathbf{P_c . J . 86400}$

Energie fournie par le coeur **($E_{fc}$)** : $\mathbf{N_{cons} \cdot \left(\frac{\sigma_f}{\sigma_a}\right) . E_f . 1{,}6.10^{-13}}$

On doit avoir $\mathbf{E_i = E_{fc}}$, donc on a la relation suivante :

$$\boxed{N_{cons} . E_f . \left(\frac{\sigma_f}{\sigma_a}\right) .1{,}6.10^{-13} = P_c .J.86400}$$

De cette dernière relation, on en déduit le nombre de noyaux d'$U^{235}$ consommés :

$$\boxed{N_{cons} = \frac{P_c .J.86400}{E_f . \left(\frac{\sigma_f}{\sigma_a}\right) .1{,}6.10^{-13}}}$$

__AN :__
Le nombre de noyaux d'$U^{235}$ **consommés** pour un fonctionnement de **J = 300 JEPP** vaut :

$$\boxed{\mathbf{N_{cons} = 1{,}269.10^{27}} \textbf{ atomes}}$$

**3- Nombre d'atomes d'$U^{235}$ présents après un fonctionnement de 300 JEPP :**

On cherche à déterminer le nombre de noyaux fissiles en fin de vie **($N_{5,f}$)** (au bout de **300 JEPP** de fonctionnement), connaissant le nombre de noyaux fissiles en début de vie **($N_{5,i}$)** et le nombre de noyaux fissiles consommés **($N_{cons}$)**.

On a par définition :

$$\boxed{N_{5,f} = N_{5,i} - N_{cons}}$$

<u>AN</u> :

$$\boxed{N_{5,f} = 1{,}216.10^{28} \text{ atomes d'}U^{235}}$$

**4- Enrichissement final en noyaux fissiles dans le coeur du réacteur :**
**4-a Valeur numérique de cet enrichissement final :**

Notons "$e_f$" cet enrichissement final. On a par définition :

$$e_f = \frac{N_{5,f}}{N_{5,f} + N_{8,f}}$$

Or, on suppose que le nombre d'atomes d'$U^{238}$ reste constant durant toute la durée de fonctionnement. Donc :

$$\boxed{N_{8,i} = N_{8,f}}$$

On en déduit alors l'enrichissement final :

$$\boxed{e_f = \frac{N_{5,f}}{N_{5,f} + N_{8,i}}}$$

**AN :**

$$\boxed{e_f = 3{,}63\ \%}$$

**4-b Discussion sur l'enrichissement final :**

L'$U^{238}$ étant FERTILE, il y a formation de noyaux FISSILES $Pu^{239}$ par capture neutronique. Il y a donc **revalorisation** du combustible au fur et à mesure que celui-ci s'use.

La formation du $Pu^{239}$ fissile dans le coeur du réacteur permet d'économiser une partie du combustible nucléaire. L' enrichissement final serait donc, en réalité, **plus élevé** .

1- En considérant que le réacteur ne peut pas former d'$U^{235}$, et que la seule façon de le consommer est sous forme de fission, déterminer l'équation différentielle régissant son évolution dans le temps, sous la forme suivante :

$$\frac{dN_5}{dt} = a.N_5 \text{, où « a » est une constante à déterminer}$$

La consommation en uranium fissile est présentée par le taux de réaction de fission de l'$U_{235}$ pendant une durée dt. Le bilan sur cet intervalle de temps dt s'écrit :

Variation = Production - Consommation

$dN_5\,(t) = N_5\,(t + dt) - N_5\,(t) = 0 - \Sigma_{f,5}\,.\,\Phi\,.\,dt$

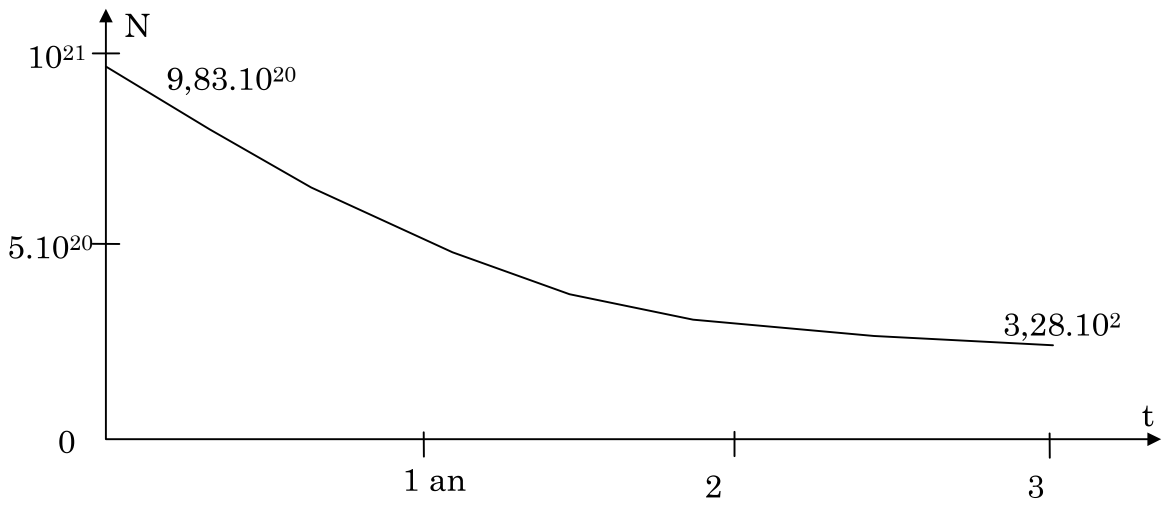
$$\frac{dN_5}{dt} = -\sigma_{f,5}.\Phi.N_5 \text{, donc } a = -\sigma_{f,5}.\Phi$$

2- Résoudre cette équation pour donner une valeur de $N_5$ en fonction du temps. Calculer la valeur de $N_5$ au bout de 3 ans (fin de vie d'un assemblage). Tracer sommairement la courbe de cette évolution (uniquement la forme générale en fonction de la valeur initiale et de la valeur au bout de 3 ans).

$$\frac{dN_5}{N_5} = -\sigma_{f,5}.\Phi.dt$$

$$N_5(t) = N_5(0).\exp(-\sigma_{f,5}.\Phi.t) = 9{,}83.10^{20}.\exp(-1{,}16.10^{-8}.t)$$

$$N_5(3\,ans) = 9{,}83.10^{20}.\exp(-1{,}16.10^{-8}.3.365.24.60.60) = 3{,}28.10^{20}\,noyaux.cm^{-3}$$




3- En considérant que le réacteur ne peut pas former d'$U^{238}$, et que la seule façon de le consommer est sous forme de capture fertile, déterminer l'équation différentielle régissant son évolution dans le temps, sous la forme suivante :

$$\frac{dN_8}{dt} = b.N_8 \text{, où « b » est une constante à déterminer}$$

Après avoir résolu cette équation pour obtenir $N_8$ en fonction du temps, calculer la variation $\Delta N_8$ en pourcentage de la valeur de $N_8$ entre le cœur neuf et le cœur de 3 ans.

$$\Delta N_8 = \frac{N_8(0) - N_8(3ans)}{N_8(0)}.100$$

$$\frac{dN_8}{N_8} = -\sigma_{c,8}.\Phi.dt \text{ avec } b = -\sigma_{c,8}.\Phi$$

$$N_8(t) = N_8(0).\exp(-\sigma_{c,8}.\Phi.t) = 2{,}243.10^{22}.\exp(-2.10^{-10}.t)$$

$$N_8(3\,ans) = 2{,}243.10^{22}.\exp(-2.10^{-10}.3.365.24.60.60) = 2{,}2.10^{22}\,noyaux.cm^{-3}$$

$$\Delta N_8 = \frac{N_8(0) - N_8(3ans)}{N_8(0)}.100 = \frac{2{,}243.10^{22} - 2{,}207.10^{22}}{2{,}243.10^{22}}.100 = 1{,}87\%$$

4- En considérant qu'il n'y a pas de plutonium dans le combustible neuf chargé en début de vie, que la seule façon de créer du $Pu^{239}$ est par capture fertile de l'$U^{238}$, et qu'il ne peut être consommé que par fission, écrire l'équation différentielle qui régit l'évolution du plutonium, sous la forme :

$$\frac{dN_9}{dt} = c_1.N_8 + c_2 N_9, \text{ où } c_1 \text{ et } c_2 \text{ sont des constantes à déterminer}$$

Sachant que $N_8$ varie peu dans le temps et peut être considéré comme constant et égal à sa valeur initiale, résoudre l'équation pour obtenir $N_9$ (t). Calculer $N_9$ (3 ans) et le tracer sur le graphique précédent de $N_5$ (t).

La production de Pu est représentée par le taux de réaction de capture de l'$U^{238}$. La consommation en plutonium fissile est présentée par le taux de réaction de fission de $Pu^{239}$. Le bilan sur l'intervalle de temps dt s'écrit :

Variation = Production - Consommation

$dN_9$ (t) = $N_9$ (t + dt) - $N_9$ (t) = $\Sigma_{c,8}$ . $\Phi$ . $dt$ - $\Sigma_{f,5}$ . $\Phi$ . $dt$

$$\frac{dN_9}{dt} = +\sigma_{c,8}.\Phi.N_8 - \sigma_{f,9}.\Phi.N_9, \text{ donc } \begin{cases} c_1 = +\sigma_{c,8}.\Phi \\ c_2 = -\sigma_{f,5}.\Phi \end{cases}$$

Equation sans second membre :

$$\frac{dN_9}{dt} = -\sigma_{f,9}.\Phi.N_9 \Rightarrow N_9(t) = cste.\exp(-\sigma_{f,9}.\Phi.t)$$

Equation particulière : $0 = +\sigma_{c,8}.\Phi.N_8 - \sigma_{f,9}.\Phi.N_9 \Rightarrow N_9 = +\frac{\sigma_{c,8}}{\sigma_{f,9}}.N_8$

Solution globale : $\begin{cases} N_9(0) = 0 \\ N_9(t) = \frac{\sigma_{c,8}}{\sigma_{f,9}} N_8(0) + cste.\exp(-\sigma_{f,9}.\Phi.t) \end{cases}$ donc

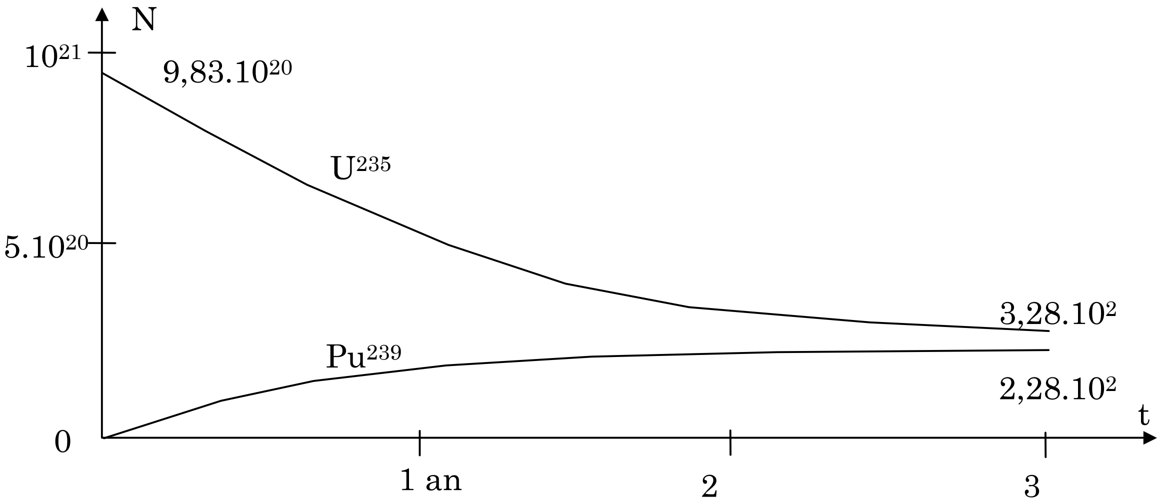
$$cste = -\frac{\sigma_{c,8}}{\sigma_{f,9}}.N_8$$

On déduit : $N_9(t) = \frac{\sigma_{c,8}}{\sigma_{f,9}} N_8(0).[1 - \exp(-\sigma_{f,9}.\Phi.t)]$

A.N. :

$$N_9(3\,ans) = \frac{10}{740} 2{,}243.10^{22}.[1 - \exp(-740.10^{-24}.2.10^{13}.3.365.24.60.60)]$$

$$N_9(3\,ans) = 2{,}28.10^{20}\,noyaux.cm^{-3}$$




5- Quelle est la proportion de puissance fournie grâce au Pu$^{239}$, si l'on considère que l'énergie produite par une fission de l'U$^{235}$ (200 Mev) et identique à celle du Pu$^{239}$ ? En réalité, la proportion de puissance fournie par le Pu est de 60 % ; pour quelle raison à votre avis ?

$$\frac{puissance\ Pu}{puissance\ U} = \frac{P_9}{P_5} = \frac{R_{9,f}}{R_{5,f}} = \frac{\Phi.\Sigma_{9,f}}{\Phi.\Sigma_{5,f}} = \frac{\sigma_{9,f}N_9}{\sigma_{5,f}N_5}\frac{740.2,28.10^{20}}{580.3,28.10^{20}} = 0,89$$

Proportion de puissance Pu : $\dfrac{P_9}{P_9 + P_5} = \dfrac{P_9/P_5}{P_9/P_5 + 1} = \dfrac{0,89}{1,89} = 47\%$

En réalité, il se forme également du Pu$^{241}$ dans le réacteur, qui est responsable en fin de vie à 10 % de la puissance totale produite (10% du Pu produit est du 241, pour ~55% de 239), ce qui amène la proportion de puissance par le Pu à 52 + 10 ~ 60 %.