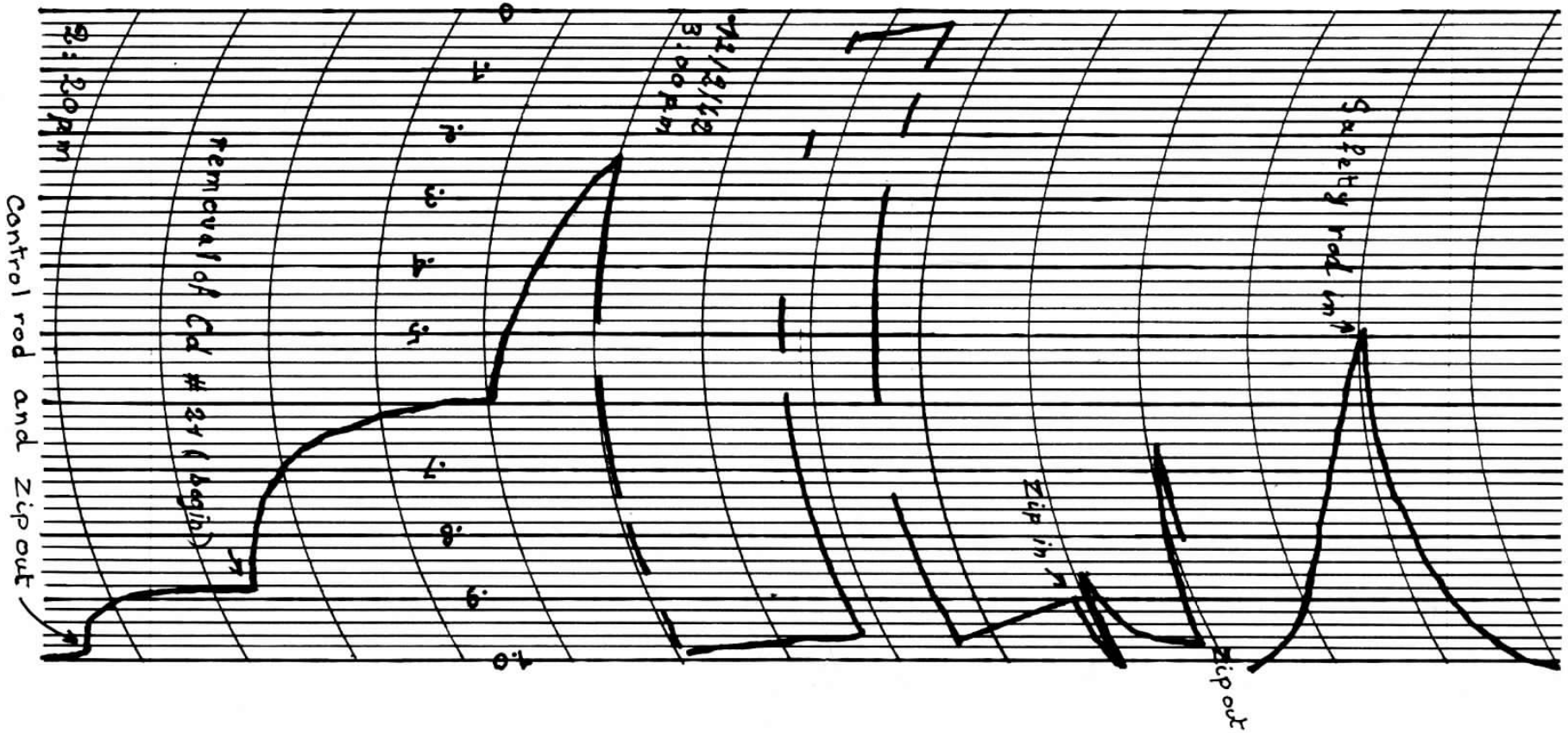
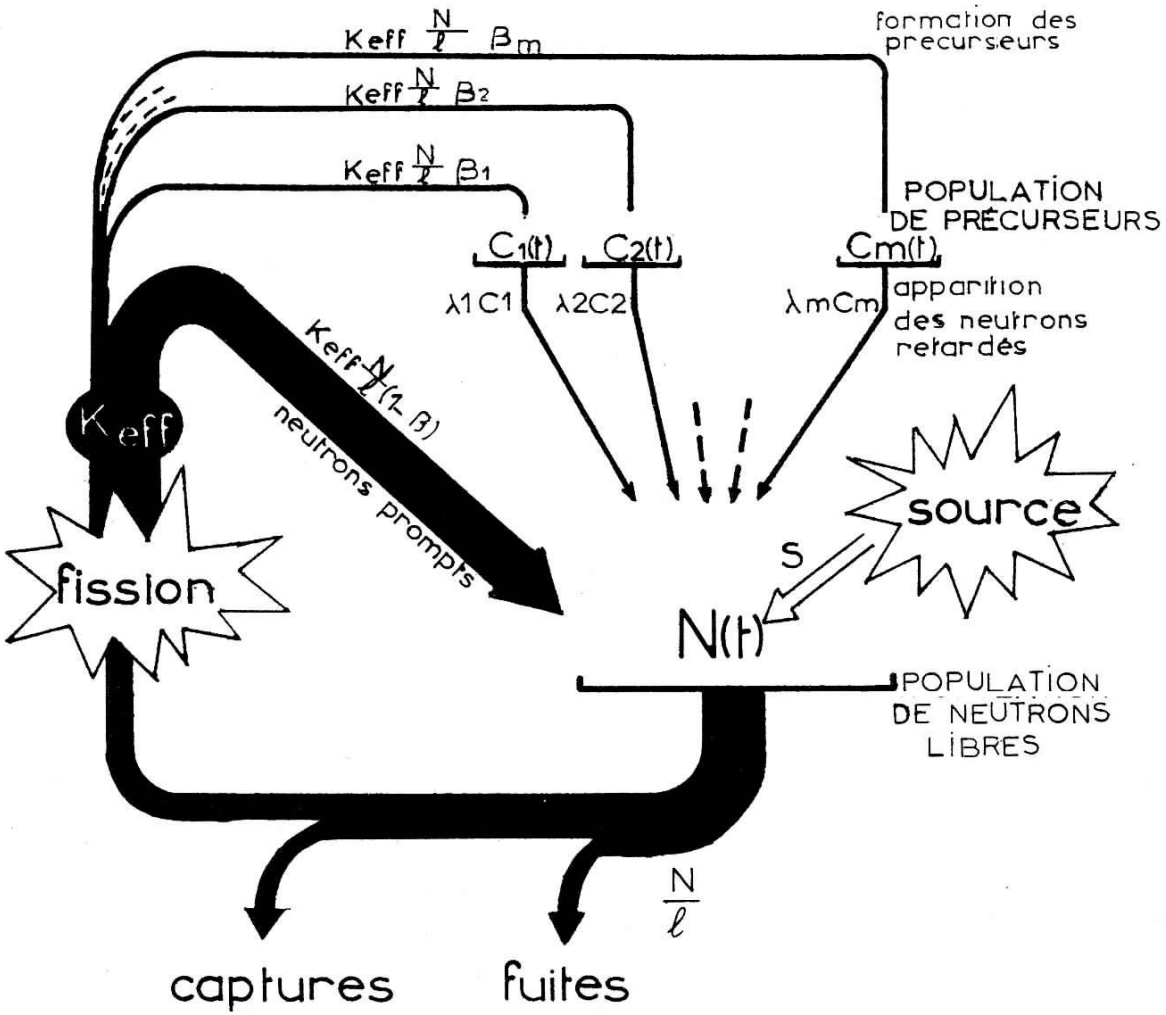
CINETIQUE DES NEUTRONS



Enregistrement de la première divergence du réacteur CP1 (Chicago Pile n° 1)
le mercredi 2 décembre 1942.



Bilan des générations de neutrons

Durée de vie, notée l

Temps moyen qui s'écoule entre **l'apparition d'un neutron à l'état libre** et sa **disparition** par fuite ou par absorption

La durée de vie correspond évidemment à la **durée d'une génération**

Les neutrons d'une même génération auront disparus pour $\Delta t = l$

Calcul approché :

$$\boxed{l = \frac{1}{\nu \ \Sigma_a} P_{NF}}$$

Temps de génération l*

Temps que met en **moyenne** un neutron pour en **produire un autre**

Interprétation physique moins simple que dans la durée de vie,

puisqu'un neutron produit 2 à 3 nouveaux neutrons au cours d'une fission

calcul approché :

$$\boxed{l^* = \frac{1}{\nu \quad \upsilon \quad \Sigma_f}}$$

Relation entre durée de vie et temps de génération

La durée de vie des neutrons augmente proportionnellement au K_{eff} selon

La **durée de vie** est **pilotable** par les absorbants

$$\frac{l}{l^*} = \frac{\nu \Sigma_f}{\Sigma_a} P_{nf} = k_\infty P_{nf} = k_{eff} \qquad l = l^* k_{eff}$$

EQUATIONS DE LA CINETIQUE

Approche simplifiée
Sans tenir compte des neutrons retardés

A partir de l'instant t on effectue le **bilan**
sur **l'intervalle de temps (l),**
durée de vie des neutrons

Au temps t : il y a une **densité neutronique n(t)** neutrons par cm^3

Au temps t + l : les n(t) ont disparu
(puisqu'ils sont arrivés en fin de vie)

En revanche keff.n(t) sont apparus, keff étant le coefficient multiplicateur
(puisque keff neutrons apparaissent quand 1 neutron disparaît)

VARIATIONS = APPARITIONS - DISPARITIONS

$$dn(t) = n(t+l) - n(t) = k_{eff}.n(t) - n(t) = (k_{eff} - 1)\, n(t)$$

$$\boxed{\frac{dn(t)}{dt} = \frac{k_{eff}\,.\,n(t) - n(t)}{l} \qquad \frac{dn(t)}{dt} = \frac{\rho}{l_*}\, n(t)}$$

$$\boxed{n(t) = n_0 \cdot e^{\left(\frac{\rho}{l^*}\right).\,t}}$$

$$\boxed{n(t) = n_0 \cdot e^{\left(\frac{\rho}{l^*}\right) \cdot t}}$$

Si $\rho > 0$ $\Rightarrow$ le nombre de neutrons augmente de plus en plus vite, le réacteur est **surcritique**. (exponentielle fortement croissante)

Si $\rho = 0$ $\Rightarrow$ $n = n_0$, le réacteur est **critique** car la population neutronique est constante.

Si $\rho < 0$ $\Rightarrow$ le nombre de neutrons diminue et tend vers zéro, le réacteur est **sous critique** (exponentielle décroissante)

Temps de doublement et octavemètre

Temps de doublement T_d
temps nécessaire pour doubler la population neutronique

$$n_o \exp\left(\frac{\rho}{l_*} T_d\right) = 2n_o \Leftrightarrow \exp\left(\frac{\rho}{l_*} T_d\right) = 2 \Leftrightarrow \ln 2 = \frac{\rho}{l_*} T_d$$

$$\boxed{T_d = \ln(2) \cdot T = 0.693 \cdot \left(\frac{l_*}{\rho}\right)}$$

sans tenir compte des neutrons retardés...
si l'on insère une réactivité de ρ **= 100 pcm** (réactivité usuelle)
en augmentant la population de **0.1% à chaque génération**
le **temps de doublement** serait alors de : $T_d = 0.693.10^{-4} / (100.10^{-5}) \sim$ **0.07 s**

en 1 s la population **serait multipliée** par 22000…

Bilan exact des neutrons libres

nombre de **neutrons** libres à (t+l) = nombre à (t) + apparitions - disparitions

disparitions = n(t)

les neutrons disparaissent au bout de (l) secondes (durée de vie)

apparitions = apparitions neutrons prompts : $K_{eff}.n(t).(1-\beta)$

les neutrons sont renouvelés par le coefficient de multiplication effectif, à la fraction près des neutrons retardés qui sont comptés par les précurseurs.

apparitions neutrons retardés (ou précurseurs) : $C(t).\lambda.l$

les précurseurs libèrent les neutrons retardés stockés selon une loi radioactive et en fonction de leur concentration.

$$\frac{dn}{dt}(t) = \frac{\rho - \beta}{l^*}.n(t) + \lambda.C(t)$$

Bilan exact des précurseurs

Nombre de précurseurs à (t+l) = nombre à (t) + apparitions - disparitions

disparitions = $C(t).\lambda.l$

les précurseurs sont des produits radioactifs qui évoluent selon une loi de décroissance classique, durant l'intervalle de temps (l)

apparitions = $K_{eff}.n(t).\beta$

la formation des précurseurs se fait à partir de la fraction de neutrons retardés non libérés

$$\frac{dc}{dt}(t) = \frac{\beta}{l^*} . n(t) - \lambda.C(t)$$

Système de 2 équations à 2 inconnues n(t) et C(t)

$$\left|\begin{array}{l} \dfrac{dn(t)}{dt} = \dfrac{\rho - \beta}{l^*}.n(t) + \lambda.C(t) \\ \dfrac{dC(t)}{dt} = \dfrac{\beta}{l^*}.n(t) - \lambda.C(t) \end{array}\right.$$

Les **solutions** sont nécessairement de la forme :

$$\boxed{n(t)=A_1.e^{\omega_1 t}+A_2.e^{\omega_2 t} \qquad C(t)=B_1.e^{\omega_1 t}+B_2.e^{\omega_2 t}}$$

En remplaçant dans ces équations, on trouve une relation entre les pulsations

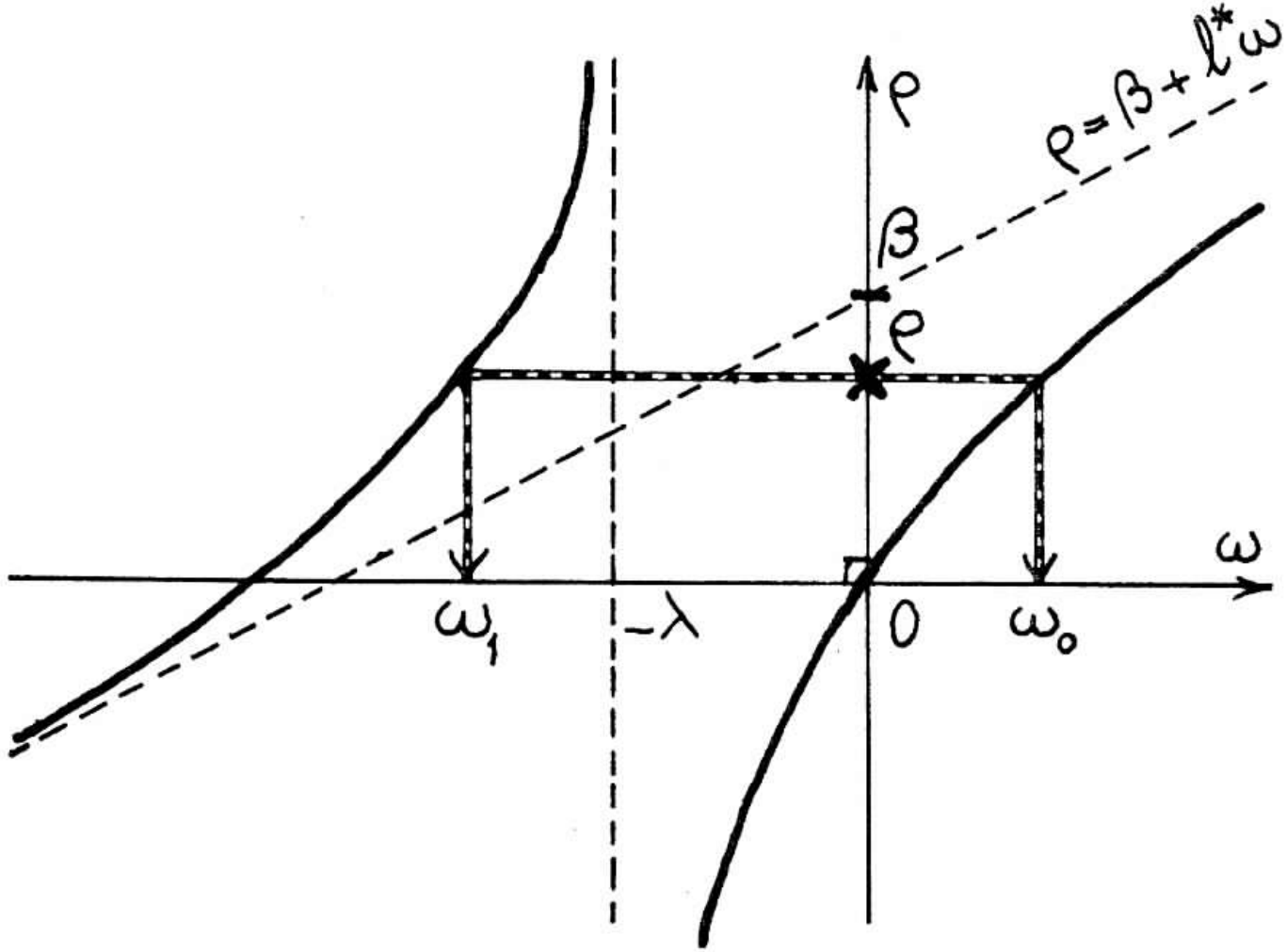
Cette équation s'appelle **<u>l'équation de NORDHEIM</u>**, et s'écrit :

$$\boxed{\rho = l^* \omega + \beta - \frac{\lambda\beta}{\omega + \lambda}}$$

Pour un **traitement graphique** plus simple :

$$\boxed{\omega^2 + \left(\lambda - \frac{\rho - \beta}{l^*}\right)\omega - \frac{\lambda\rho}{l^*} = 0}$$

Pour une réactivité donnée (imposée par le milieu nucléaire), on peut trouver les deux pulsations



si $\rho > \beta$, la pulsation positive (ω_0) est très élevée, **la population évolue très vite**

La seconde pulsation (ω_1) est toujours négative
comme un **transitoire pratiquement inexistant**
devant la croissance très rapide de la population

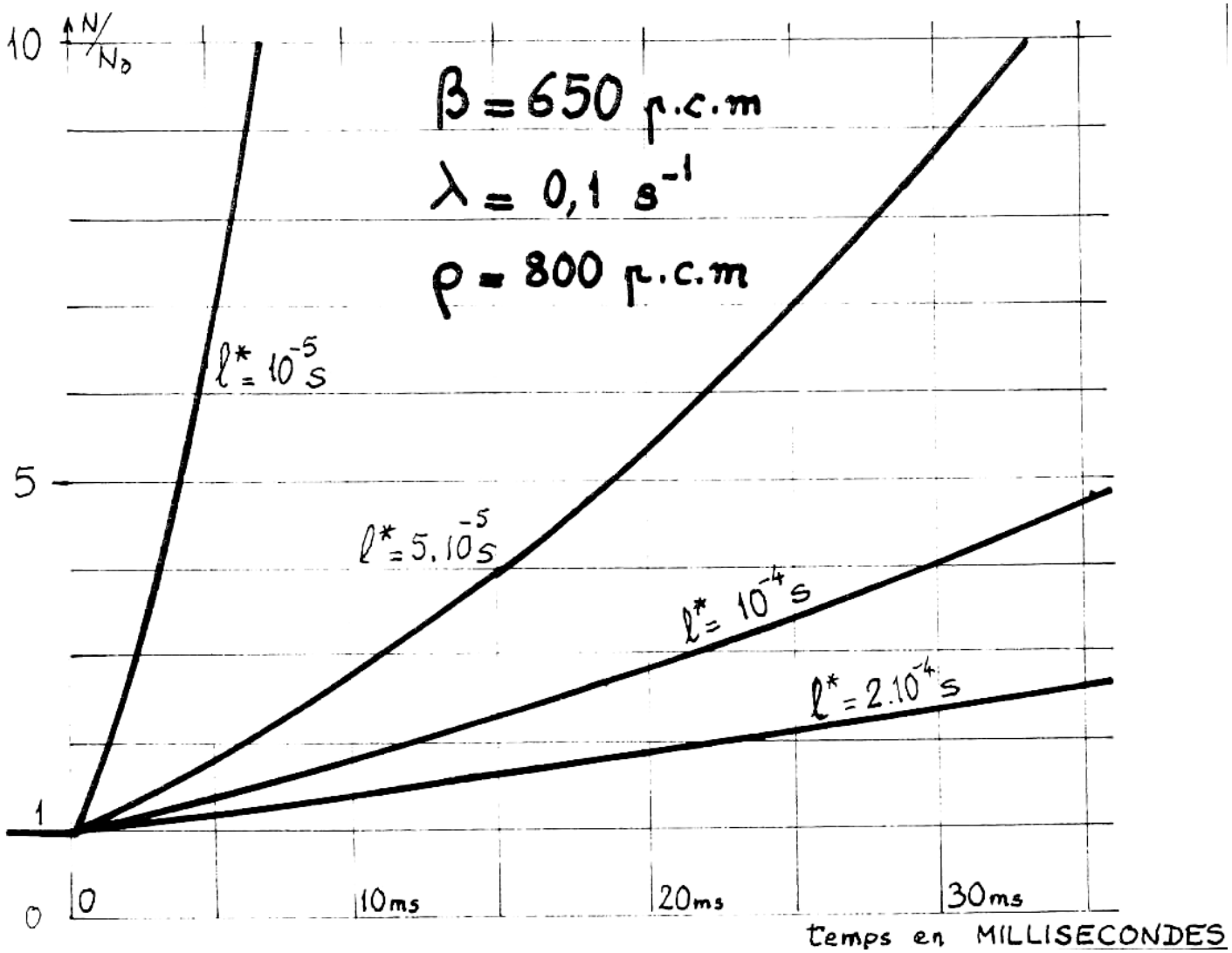
Les neutrons retardés n'ont aucun rôle

le cœur réagit comme s'ils n'existaient pas

avec une **réactivité diminuée de la fraction retardée**

$$\boxed{\omega_1 \approx -\lambda \qquad \omega_0 \approx \frac{\rho - \beta}{l^*}}$$

la population est **prompt-critique**
le réacteur est incontrôlable


N/N0
10
5
1
0
β = 650 p.c.m
λ = 0,1 s-1
ρ = 800 p.c.m
ℓ* = 10-5 s
ℓ* = 5.10-5 s
ℓ* = 10-4 s
ℓ* = 2.10-4 s
0
10ms
20ms
30ms
temps en MILLISECONDES

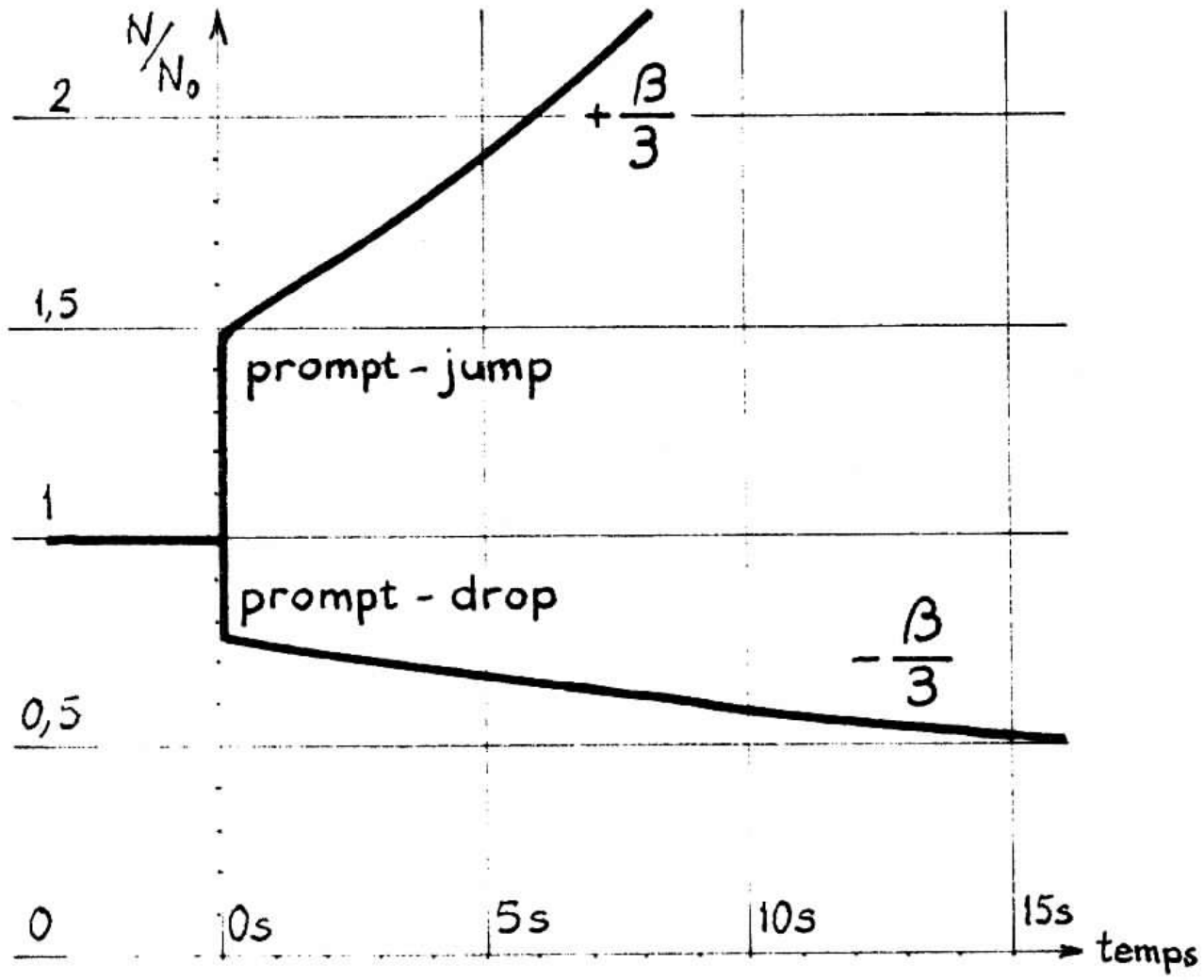
si 0 < ρ < β $\left\{\omega_0 \approx \frac{\rho\,\lambda}{\beta-\rho} > 0 \qquad \omega_1 \approx -\frac{\beta-\rho}{l_*} < 0 \right. \quad \Rightarrow \; |\,\omega_0\,| << |\,\omega 1\,|$

la résolution donne :

$$\boxed{n(t) = \frac{n_0}{\beta-\rho}\left[-\rho.\exp\left(-\frac{\beta-\rho}{l_*}.t\right) + \beta.\exp\left(\frac{\lambda.\rho}{\beta-\rho}.t\right)\right]}$$

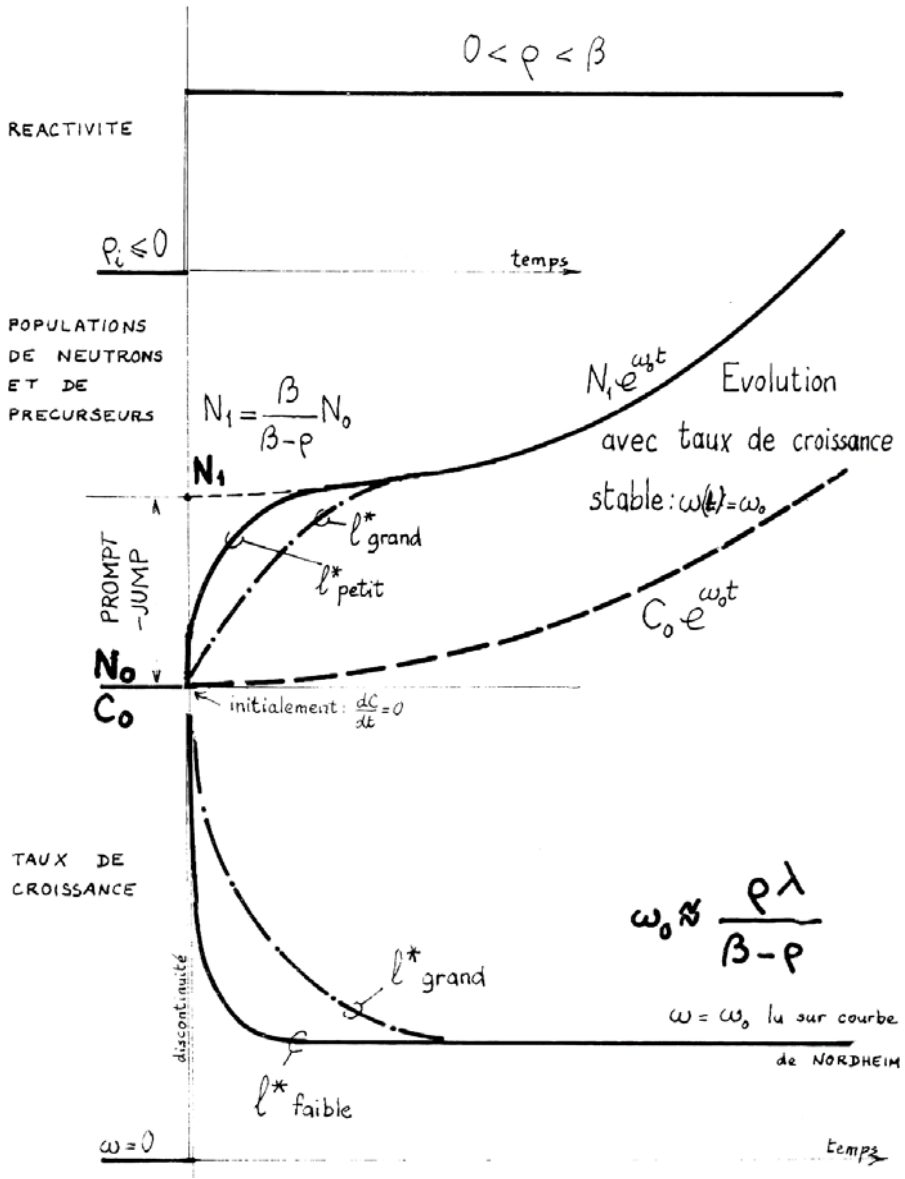
prompt-jump **transitoire** **croissance ou décroissance plus lente**

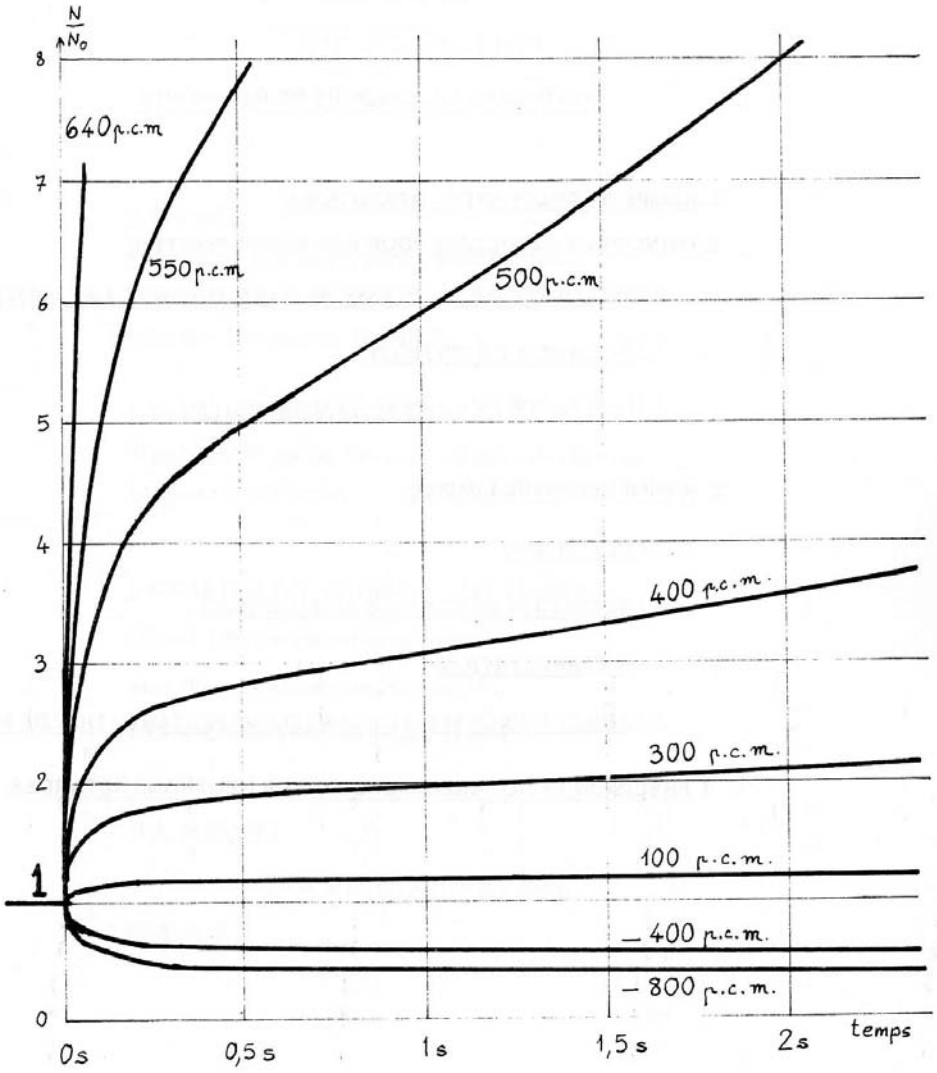
amplitude du "prompt-jump " : $\boxed{n_1 = \frac{\beta}{\beta-\rho}.n_0}$



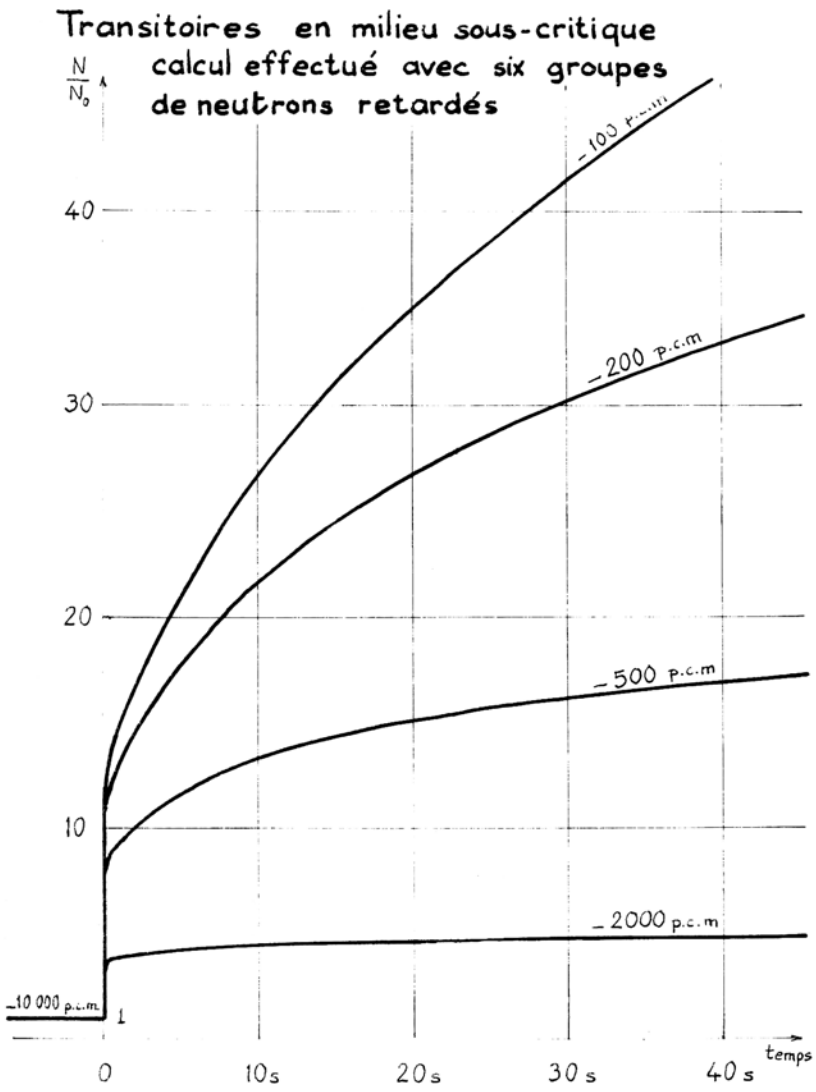
Prompt-jump et prompt-drop !

Termes et amplitudes

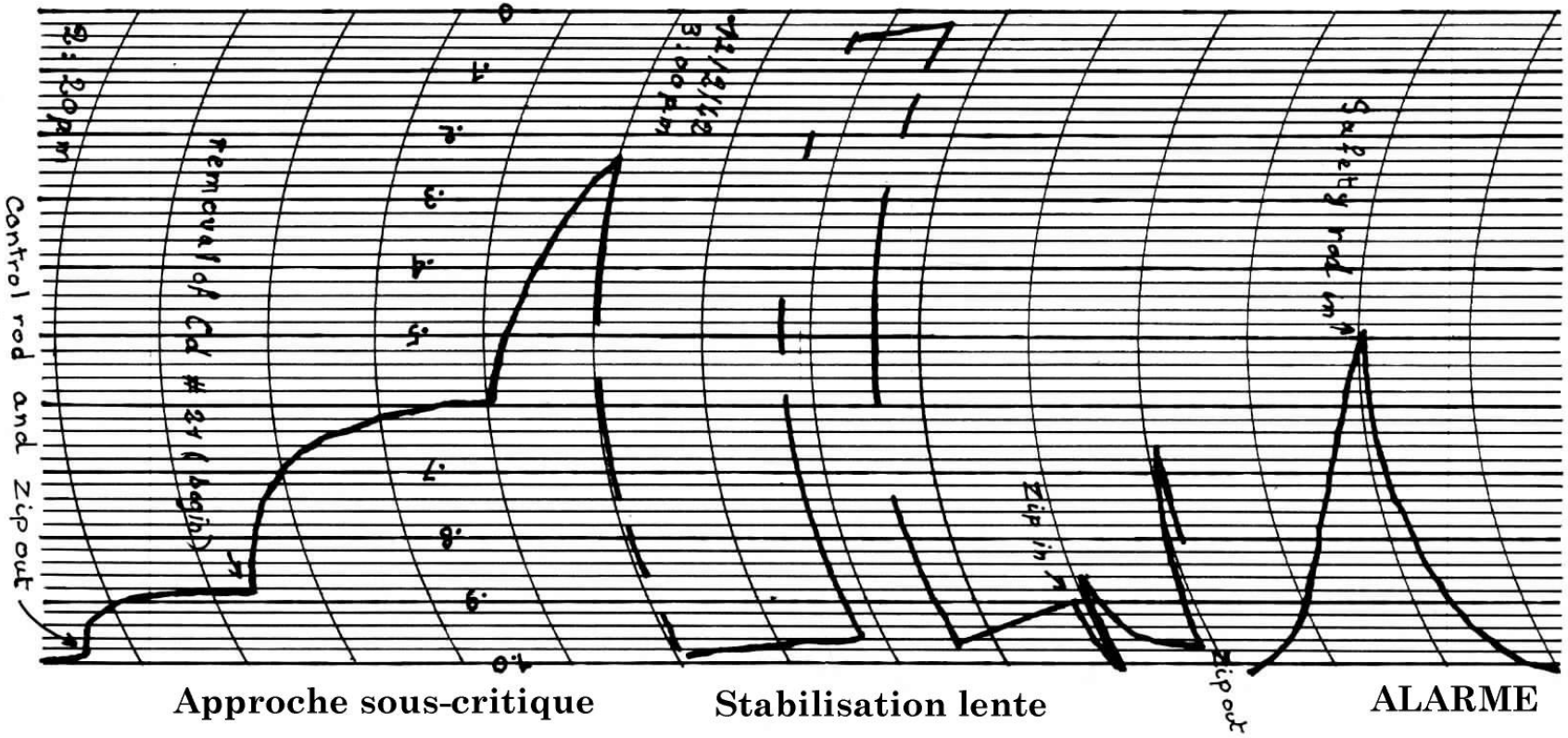




Comparaisons des échelons de réactivité



Approche sous-critique de la divergence



CP1 (Chicago Pile n° 1)

Interprétation…